

Prof. dr hab. inż. Jerzy KLAMKA

Członek rzeczywisty PAN

Instytut Automatyki

Politechnika Śląska

ul. Akademicka 16

44-100 Gliwice

jerzy.klamka@polsl.pl

Gliwice.06.06.2016.

**Recenzja rozprawy doktorskiej
Pana mgr inż. Dariusza BRZEZIŃSKIEGO**

**pt. "Problems of Numerical Calculation of Derivatives
and Differential Equations of Fractional Orders"**

Niniejsza recenzja dotyczy pracy doktorskiej Pana mgr inż. Dariusza Brzezińskiego pt. "Problems of Numerical Calculation of Derivatives and Differential Equations of Fractional Orders", której Promotorem jest Pan Prof. dr hab. inż. Piotr Ostalczyk. Recenzję opracowano na zlecenie Pana Prodziekana Wydziału Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki Politechniki Łódzkiej, Pana Prof. dr hab. inż. Andrzeja Bartoszewicza, działającego na podstawie uchwały Rady Wydziału o powołaniu Recenzentów z dnia 12 kwietnia 2016 roku.

Badania dotyczące teorii skończenie-wymiarowych układów dynamicznych o stałych parametrach zarówno ciągłych jak i dyskretnych prowadzone są od wielu lat. Istnieje bardzo bogata literatura z tego zakresu obejmująca szeroka klasę układów oraz różnorodne zagadnienia takie jak: budowa modelu matematycznego i jego identyfikacja, stabilność, sterowalność, obserwowalność, realizacja układów oraz ich postaci kanoniczne. Tym niemniej w związku z intensywnym rozwojem badań w zakresie nowych specjalnych klas układów dynamicznych, istnieje wiele zagadnień z tego zakresu do tej pory nie w pełni rozwiązanych. Dotyczy to szczególnie problematyki układów dynamicznych niecałkowitego rzędu zarówno ciągłych jak i dyskretnych.

W ciągu kilku ostatnich lat znacznie wzrosło zainteresowanie układami dynamicznymi niecałkowitego rzędu, których różniczkowe równania stanu w przypadku ciągłym zawierają pochodne niecałkowitego rzędu, a w przypadku dyskretnym różnicowe równania stanu posiadają operatory różnicowe niecałkowitego rzędu. W obu tych przypadkach powoduje to istotne trudności zarówno o charakterze pojęciowym jak i obliczeniowym. Związane to jest między innymi z istnieniem różnych nie w pełni równoważnych definicji operatorów różnicowych niecałkowitego rzędu.

Zasadniczym celem opiniowanej rozprawy doktorskiej jest analiza dokładności numerycznego wyznaczania pochodnych oraz całek niecałkowitego rzędu w zastosowaniu do rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych niecałkowitego rzędu. Rozważania teoretyczne ilustrowane są przykładami numerycznymi i badaniami symulacyjnymi. Tak sformułowaną tematykę rozprawy doktorskiej uważam za aktualną, interesującą, oraz dającą możliwość uzyskania oryginalnych zarówno teoretycznych jak i aplikacyjnych rezultatów badawczych.

Opiniowana rozprawa doktorska ma 150 stron i składa się z wprowadzenia, 3 zasadniczych rozdziałów, podsumowania, 3 dodatków o charakterze matematyczny, wykazu stosowanych oznaczeń, spisu rysunków i tabel oraz obszernego wykazu cytowanych prac zawierającego wiele najnowszych pozycji literaturowych, opublikowanych w ciągu ostatnich kilku lat.

Wprowadzenie zawiera cel pracy, zasadniczą tezę rozprawy oraz uzasadnienie podjętej tematyki badawczej na tle rezultatów znanych w literaturze specjalistycznej z zakresu rachunku niecałkowitego rzędu.

Rozdział 1 będący wprowadzeniem do teorii rachunku niecałkowitego rzędu obejmuje problematykę z zakresu matematycznej teorii pochodnych oraz całek niecałkowitego rzędu. Podano na podstawie literatury podstawowe definicje pochodnych: Grunwalda-Letnikowa, Riemanna-Liouville'a oraz Caputo. Zamieszczono definicję całki niecałkowitego rzędu. Na zakończenie rozdziału przedstawiono funkcje specjalne wykorzystywane w dalszej części rozprawy.

Obszerny rozdział 2 zawiera zasadnicze rezultaty rozprawy doktorskiej i poświęcony jest w całości problematyce dokładności numerycznego wyznaczania przybliżonych wartości pochodnych oraz całek niecałkowitego rzędu. Przedstawiono znane z literatury metody poprawy dokładności całkowania numerycznego wykorzystujące między innymi podział przedziału całkowania na podprzedziały oraz usuwanie osobliwości funkcji podcałkowych na końcach przedziału.

W dalszej części rozdziału zaproponowano poprawę dokładności operacji całkowania poprzez zastosowanie przed numerycznym całkowaniem odpowiedniej zmiany zmiennej całkowania. W przypadku pochodnej Grunwalda-Letnikowa dokonano analizy dokładności dla schematu Hörnera, zastosowania operatorów różnicy symetrycznej oraz operatorów różnicy wstecznej, a także zwiększania liczby punktów w kroku całkowania. Przedstawiono również możliwość wykorzystania metody składania operatorów różniczkowych oraz operatorów całkowych niecałkowitego rzędu do zwiększenia dokładności obliczeń numerycznych.

Kolejny 3 rozdział pracy poświęcony jest w całości problematyce zastosowania transformacji Laplace'a oraz odwrotnej transformacji Laplace'a w rachunku operatorów niecałkowitego rzędu, a w szczególności w numerycznym rozwiązywaniu zwyczajnych równań różniczkowych niecałkowitego rzędu. Zastosowanie transformacji Laplace'a ogranicza stosowalność metody do liniowych równań różniczkowych zwyczajnych o stałych współczynnikach.

W pracy rozpatruje się równania różniczkowe skalarne zarówno jednorodne, jak i niejednorodne. Jako przykłady przedstawiono rozwiązania dokładne kilku typowych równań różniczkowych niecałkowitego rzędu, a mianowicie: niejednorodnego równania Bagley-Torvika (3.21), niejednorodnych równań różniczkowych (3.23) i (3.27), jednorodnego równania różniczkowego (3.25), oraz niejednorodnego równania różniczkowego o charakterze oscylacyjnym (3.29). Jednocześnie dla wszystkich równań różniczkowych przedstawiono w postaci wykresów czasowych przebiegi rozwiązań dokładnych i rozwiązań przybliżonych wyznaczonych na drodze obliczeń numerycznych oraz przebiegi błędów względnych wyznaczonych zgodnie ze wzorem (C.2).

W zakończeniu pracy Autor oraz przedstawia w skrócie zasadnicze rezultaty merytoryczne rozprawy oraz proponuje kierunki dalszych badań.

Zasadniczymi rezultatami rozprawy doktorskiej są:

- przedstawienie metod analizy oraz poprawiania dokładności numerycznego wyznaczania wartości trzech typów pochodnych niecałkowitego rzędu oraz całek niecałkowitego rzędu,
- zaproponowanie efektywnej metody wykorzystującej odwrotną transformację Laplace'a do wyznaczania dokładnych rozwiązań liniowych równań różniczkowych zwyczajnych niecałkowitego rzędu o stałych współczynnikach

Opiniowana praca doktorska ma głównie charakter teoretyczny z zakresu metod numerycznych i równań różniczkowych. Sformułowane przez Autora we wprowadzeniu zasadnicze cele rozprawy doktorskiej zostały osiągnięte, a przedstawiona na wstępie teza rozprawy dotycząca poprawy dokładności obliczeń numerycznych oraz możliwości wykorzystania rachunku operatorów niecałkowitego rzędu do rozwiązywania równań różniczkowych niecałkowitego rzędu w pełni dowiedziona. Na podkreślenie zasługuje stosunkowo bogaty dorobek publikacyjny Autora, który zawiera 9 współautorskich prac opublikowanych w czasopiśmie zagranicznych lub zamieszczonych w materiałach międzynarodowych konferencji.

Autor recenzowanej pracy wykazał się bardzo dobrą znajomością zagadnień rachunku niecałkowitego rzędu zarówno w zakresie obliczeń numerycznych, jak i problematyki równań różniczkowych. Zasadnicze rezultaty teoretyczne rozprawy są ilustrowane przykładami symulacyjnymi z zakresu dokładności obliczeń numerycznych. Struktura wewnętrzna pracy, stosowana terminologia i oznaczenia, kolejność poszczególnych rozdziałów i podrozdziałów są właściwe. Pod względem redakcyjnym praca napisana jest starannie z nielicznymi błędami literowymi.

Praca w zasadzie jest z zakresu metod numerycznych oraz analizy matematycznej, a jej związek z automatyką i robotyką jest niewielki. Szczególnie widoczne jest to w rozdziale 3 pracy, gdzie rozpatrywane równania różniczkowe nie zawierają sterowania oraz są wyłącznie równaniami skalarnymi, podczas gdy w literaturze specjalistycznej rozpatrywane są głównie jako równania stanu równania różniczkowe wektorowe z wektorowymi sterowaniami dopuszczalnymi.

Podsumowując uważam, że recenzowana rozprawa doktorska spełnia wymagania odnośnej Ustawy Sejmowej i wnioskuję o dopuszczenie Pana mgr inż. Dariusza Brzezińskiego do publicznej obrony rozprawy doktorskiej przed Komisją Rady Wydziału Elektrotechniki, Elektroniki, Informatyki i Automatyki Politechniki Łódzkiej.

Jerzy Klamka

