



INSTYTUT INFORMATYKI STOSOWANEJ
POLITECHNIKA ŁÓDZKA

ROZPRAWA DOKTORSKA

**Optymalizacja algorytmów
numerycznych wykorzystujących
równania różnicowe całkowitych
i niecałkowitych rzędów**

STRESZCZENIE

Autor:
mgr inż.
Piotr DUCH

Promotor:
prof. dr hab. inż.
Piotr OSTALCZYK

30 maja 2014

Wstęp

Rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów jest dziedziną matematyki, zajmującą się pochodnymi i całkami dowolnych rzędów (włącznie z rzędami będącymi liczbami zespolonymi) oraz ich praktycznym wykorzystaniem. Analogicznie do klasycznego rachunku różniczkowo-całkowego odpowiednikiem pochodnych i całek niecałkowitych rzędów, w przypadku rozważań dotyczących układów dyskretnych, są różnice i sumy niecałkowitych rzędów. W dalszej części pracy jako odpowiednik rachunku różniczkowo-całkowego w dziedzinie dyskretnej będzie stosowana nazwa „rachunek różnicowo-sumowy”.

Początki rachunku różniczkowo-całkowego niecałkowitych rzędów sięgają końca XVII wieku. Jednakże dopiero w okresie ostatnich 40 lat można zauważyć gwałtowny wzrost zainteresowania naukowców tą dziedziną, zarówno na świecie jak i w kraju. W 1974 roku w University of New Haven, Connecticut, USA odbyła się pierwsza konferencja w całości dedykowana temu zagadnieniu - „*International Conference on Fractional Calculus and Its Applications*”. W tym samym roku wydana została również pierwsza monografia poświęcona rachunkowi różniczkowemu niecałkowitych rzędów. W ciągu ostatnich kilku dekad zagadnienie to zwróciło uwagę naukowców z różnych dziedzin takich jak matematyka, fizyka, chemia, elektrotechnika, ekonomia, nauki biologiczne. Początkowo prace związane z tymi zagadnieniami miały charakter czysto teoretyczny. W ciągu ostatnich dwóch dekad nastąpił znaczący rozwój badań nad praktycznym wykorzystaniem tego narzędzia w takich dziedzinach jak fizyka, nauki techniczne, biologiczne, ekonomiczne. Z nauk technicznych wymienić należy elektrotechnikę, elektronikę i automatykę. Ważnym obszarem aplikacji jest zastosowanie rachunku różniczkowo-całkowego niecałkowitych rzędów w analizie i przetwarzaniu obrazów.

Prowadzone przez naukowców badania teoretyczne wykazały, że w wielu przypadkach algorytmy wykorzystujące rachunek różniczkowy niecałkowitych rzędów działają znacznie lepiej od ich odpowiedników opartych o klasyczny rachunek różniczkowo-całkowy. Znanym problemem związanym z algorytmami wykorzystującymi różniczki i całki ułamkowych rzędów jest większa złożoność obliczeniowa, pamięciowa i czasowa takich algorytmów. Utrudnia to ich wykorzystanie w praktycznych urządzeniach, gdzie jednym z warunków poprawnego działania jest wykonywanie wszystkich obliczeń w czasie rzeczywistym. Wiąże się to z koniecznością rozwiązania nowych problemów. Dlatego **istotnym zagadnieniem jest opracowanie zoptymalizowanych pod względem szybkości działania i zapotrzebowania pamięci algorytmów wykorzystujących rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów.** Umożliwi to zastosowanie takich algorytmów w urządzeniach, gdzie jednym z wymagań jest **działanie algorytmu w czasie rzeczywistym.**

Podobnie jak rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów bardzo aktualnym i szeroko rozwijanym na całym świecie zagadnieniem są autonomiczne roboty

mobilne. Robot mobilny to taki robot, który może dowolnie zmieniać swoje położenie w przestrzeni. Pierwszy tego typu robot (ang. *Tortoise* - żółw) został zaprojektowany i zrealizowany przez Waltera W. G. w latach 50 ubiegłego wieku. Był on przeznaczony wyłącznie do celów edukacyjnych. Jednakże rozwój jaki nastąpił w tej dziedzinie w drugiej połowie XX oraz na początku XXI wieku umożliwił realizowanie robotów mobilnych, których głównym zadaniem jest wspomaganie działań człowieka lub też zastępowanie go w miejscach dla niego niedostępnych bądź niebezpiecznych.

Współczesne roboty mobilne wspomagają ludzi w wielu różnych zadaniach. Pozwalają na eksploracje innych światów, które obecnie są dla nas niedostępne. Łaziki marsjańskie zdalnie sterowane z Ziemi: *Opportunity*, *Spirit* i *Curiosity*, dzięki zdjęciom wysokiej rozdzielczości, umożliwiły odbywanie wirtualnej wędrowki po powierzchni Marsa. Roboty wykorzystywane są również w leśnictwie, kopalniach, misjach ratowniczych i pomocniczych, a także w inspekcji niebezpiecznych dla człowieka miejsc.

Autor rozprawy jest członkiem zespołu, który był jednym z głównych wykonawców projektu „*Autonomiczny robot pola walki do zadań zwiadu i wykrywania min*” zrealizowanym w latach 2008 - 2012 w Katedrze Informatyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej (obecnie Instytucie Informatyki Stosowanej PŁ). Celem tego projektu było opracowanie oraz zrealizowanie robota mobilnego o modułowej strukturze i hierarchicznym systemie sterowania. Projekt był realizowany pod kierownictwem prof. Dominika Sankowskiego przez zespół w składzie: prof. Piotr Ostalczyk, prof. Krzysztof Ślot, dr inż. Marcin Bąkała, mgr inż. Sylwester Błaszczuk, **mgr inż. Piotr Duch**, mgr inż. Rafał Jachowicz, mgr inż. Sławomir Jeżewski, mgr inż. Roman Krzeszewski, mgr inż. Maciej Łaski, mgr inż. Adam Śmigielski, mgr inż. Adam Wulkiewicz. Opracowany robot pola walki wyposażony w zaawansowane mikroprocesorowe systemy analizy otoczenia, system czujników dostosowanych do zadań o charakterze zwiadowczym oraz czujników do wykrywania min przeciwpiechotnych i przeciwpancernych. Inspiracją do podjęcia prac badawczych związanych z optymalizacją algorytmów wykorzystujących rachunek różniczkowy niecałkowitego rzędu były badania naukowe prowadzone pod kierunkiem promotora tej pracy, prof. Ostalczyka, w ramach wspomnianego projektu badawczego. Dodatkową motywację stanowiła możliwość wykorzystania opracowanych algorytmów w praktyce.

W pracy doktorskiej zostało przedstawione zastosowanie algorytmów wykorzystujących rachunek różniczkowo-całkowy całkowitych i niecałkowitych rzędów, zoptymalizowanych przez autora rozprawy pod kątem szybkości działania, wykorzystania pamięci lub jakości działania, w systemach sterowania oraz zarządzania robotem mobilnym. Wszystkie systemy robota mobilnego, jak i sam robot został opracowany oraz zrealizowany w Instytucie Informatyki Stosowanej PŁ we współpracy z przedsiębiorstwami PREXER sp. z o.o., Sohor sp. z o.o. sp. komandytowa oraz GreenPoint sp. z o.o. Zrealizowany robot mobilny jest dedykowany do realizacji zadań zwiadu i wykrywania min.

Niniejsza rozprawa stanowi tylko część prac badawczych realizowanych przez zespół pod kierownictwem prof. Dominika Sankowskiego w ramach trzech grantów badawczych, łączących ze sobą zagadnienia związane z robotami mobilnymi oraz rachunkiem różniczkowo-całkowym niecałkowitych rzędów:

1. „*Autonomiczny robot pola walki do zadań zwiadu i wykrywania min*” zrealizowany w latach 2009 - 2012, którego celem było opracowanie prototypu inteligentnego robota pola walki.

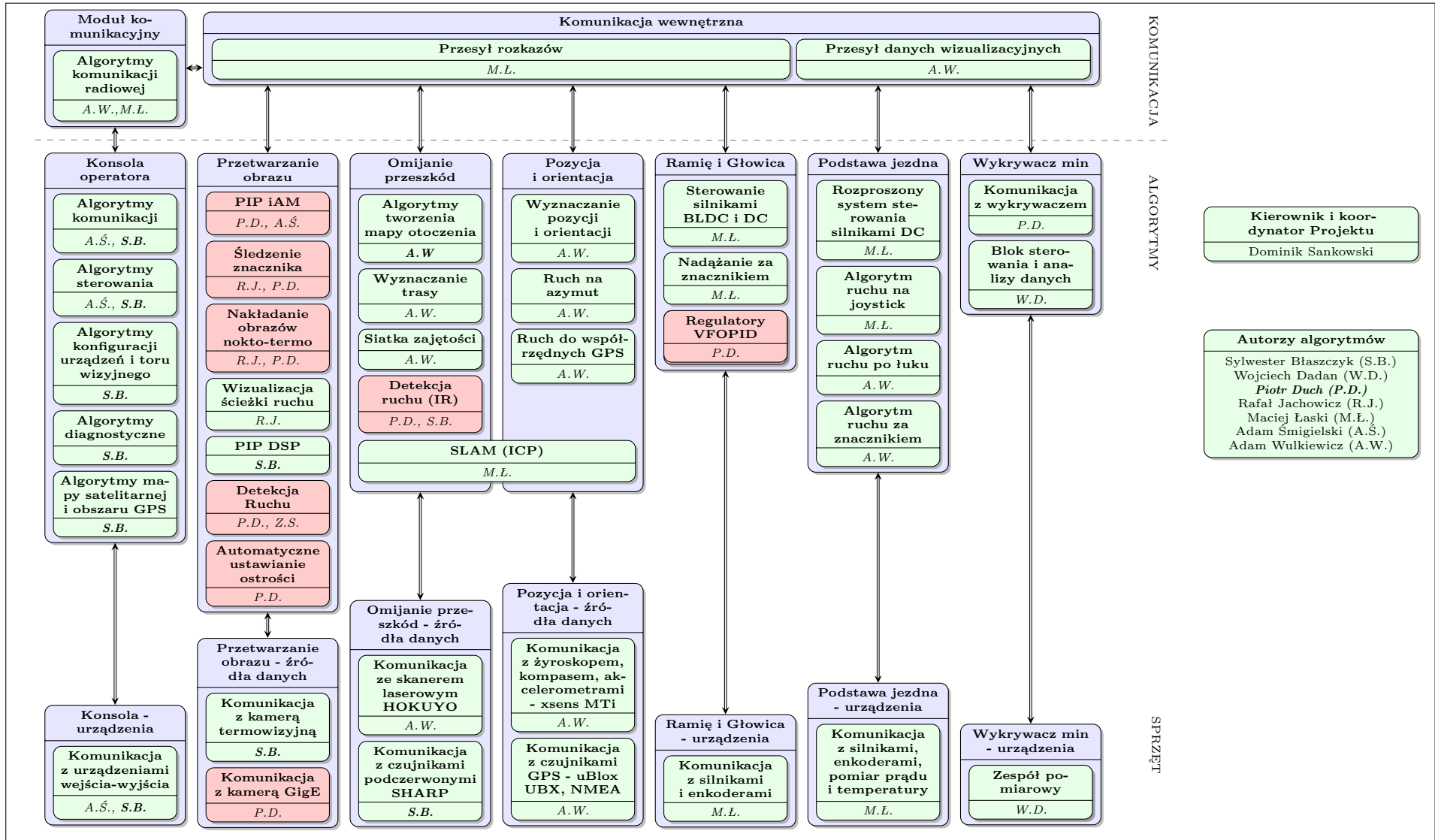
2. „*Synteza algorytmu sterowania opartego na zmiennych o niecałkowitych rzędach całkowania i różniczkowania*” realizowany w latach 2011 - 2014, którego celem było dokonanie syntezy algorytmów sterowania opartych na regulatorach PID niecałkowitych rzędów.
3. „*Zastosowanie algorytmów opartych na rachunku różniczkowym niecałkowitego rzędu do wyznaczania ścieżki ruchu platformy mobilnej*” realizowany od roku 2013, którego celem jest wykorzystanie nowatorskich metod wyznaczania ścieżki ruchu dla platformy mobilnej w oparciu o rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów.

Opracowany w ramach powyższych grantów system robota mobilnego został przedstawiony na rys. 1 (algorytmy opracowane, zaimplementowane i zrealizowane przez autora zostały zaznaczone kolorem różowym).

W niniejszej pracy rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów wykorzystany został do sterowania ramieniem obserwacyjnym oraz w systemie wizyjnym robota mobilnego. Realizacja postawionych w rozprawie celów wymagała uzyskania odpowiedniego stopnia kompetencji w następujących dziedzinach nauki:

1. **informatyce** - w zakresie poznania zaawansowanych technik programowania w języku C i C++, metod optymalizacji kodu oraz algorytmów, sposobów wyznaczania złożoności czasowej, pamięciowej oraz obliczeniowej algorytmów, zasad programowania mikroprocesorów i mikrokontrolerów, zasad działania systemów czasu rzeczywistego,
2. **przetwarzaniu obrazów** - w zakresie ocenie istniejących i opracowania nowych metod analizy i przetwarzania obrazów adekwatnych do rozważanego obszaru zastosowań.

oraz **matematyce** (rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów), **elektronice** (poznanie struktur, zasad działania i metod programowania najnowszej generacji procesorów DSP (ang. *Digital Signal Processor* - cyfrowy procesor sygnałowy), możliwości wykorzystania dostępnych układów peryferyjnych) oraz **automatyce** (regulatory PID (ang. *proportional-integral-derivative controller* - regulator proporcjonalno-całkująco-różniczkujący), regulatory PID niecałkowitych rzędów oraz zmiennych, niecałkowitych rzędów, sterowanie silnikami, opracowywanie modeli matematycznych).



Rysunek 1: Schemat blokowy opracowanych algorytmów w ramach grantu „Autonomiczny robot pola walki przeznaczony do zadań zwiadu i wykrywania min”. Kolorem różowym oznaczone są algorytmy zaimplementowane przez autora rozprawy.

Cel rozprawy

Celem niniejszej rozprawy doktorskiej jest **optymalizacja algorytmów wykorzystujących rachunek różnicowo-sumowy niecałkowitych rzędów oraz zaimplementowanie i zastosowanie ich w opracowanym i zrealizowanym systemie sterowania i zarządzania robotem mobilnym.**

Optymalizacja algorytmów wykorzystujących rachunek różniczkowy niecałkowitych rzędów, zwłaszcza pod względem szybkości działania i wykorzystania pamięci, jest zagadnieniem kluczowym w przypadku wykorzystywania ich w systemach, gdzie są ograniczone zasoby czasowe i pamięci. Jak już to zostało wspomniane we wstępie rachunek ten znalazł zastosowanie w wielu różnych dziedzinach, takich jak teoria sterowania, przetwarzanie sygnałów lub przetwarzanie obrazów. Jednakże z powodu znanych powszechnie problemów związanych ze złożonością obliczeniową, czasową oraz pamięciową algorytmów wykorzystujących rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów ciągle jest on rzadko wykorzystywany w rzeczywistych aplikacjach.

Badania prowadzone przez naukowców w dziedzinie teorii sterowania wykazały, że regulatory PID opisane równaniami niecałkowitych rzędów oraz regulatory PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, przewyższają swoimi możliwościami klasyczne regulatory PID. Zastosowanie regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów w sterowaniu ramieniem obserwacyjnym robota mobilnego poprawia właściwości dynamiczne układu zamkniętego. Nakłada to jednak pewne ograniczenia na same algorytmy. Opracowane algorytmy realizujące regulatory PID niecałkowitych rzędów muszą się cechować **działaniem w czasie rzeczywistym** oraz **ograniczonym zapotrzebowaniem na pamięć.**

W przypadku rozważań związanych ze współczesnymi robotami mobilnymi, również istotnym zagadnieniem jest wyposażenie ich w odpowiednie algorytmy przetwarzania i analizy obrazów. Dane otrzymywane z kamer dostarczają niezwykle istotnych informacji na temat środowiska, w którym aktualnie przebywają. Wykrycie krawędzi jest istotnym etapem większości algorytmów przetwarzania i analizy obrazów. Niosą one niezwykle istotną informację, na przykład o kształcie obiektów znajdujących się na analizowanym obrazie lub ich kierunku poruszania w sekwencji obrazów. Dlatego istotne jest opracowanie takich algorytmów wykrywania krawędzi, które będą odporne na szum występujący na analizowanym obrazie. Zastosowanie rachunku różnicowo-sumowego w algorytmach wykrywania krawędzi zwiększa ich odporność na szum w porównaniu do algorytmów obecnie wykorzystywanych.

Mając to na uwadze autor niniejszej rozprawy:

- dokonał obszernego przeglądu literaturowego publikacji i książek związanych z: rachunkiem różniczkowo-całkowym ułamkowych rzędów oraz dziedzinami, w których jest on wykorzystywany, metodami optymalizacji kodu i algorytmów, zagadnieniami złożoności obliczeniowej, pamięciowej i czasowej algorytmów, algorytmami przetwarzania i analizy obrazów, w szczególności metodami wykrywania krawędzi, oraz dokonał przeglądu metod oceny jakości działania algorytmów przetwarzania obrazów,
- dokonał obszernego przeglądu literaturowego dokumentacji naukowej i technicznej mającego na celu zapoznanie się z mikroprocesorami firmy ATMEL i Texas Instruments, ich możliwościami oraz sposobem ich programowania,

- opracował algorytm realizujący regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów oraz dokonał jego optymalizacji pod kątem szybkości działania i zapotrzebowania na pamięć,
- zaimplementował opracowany algorytm na procesorze DSP TMS320F28335, wykonał badania, a wyniki porównał z symulacją wykonaną w środowisku MATLAB,
- opracował oraz zaimplementował algorytmy dla potrzeb systemu sterowania ramieniem obserwacyjnym robota mobilnego,
- zaimplementował opracowany algorytm na 8 - bitowym kontrolerze at90pwm3b firmy ATMEL oraz włączył go do systemu sterowania ramieniem obserwacyjnym, przeprowadził badania porównawcze regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów z klasycznymi regulatorami PID,
- przeprowadził analizę algorytmów wykrywania krawędzi wykorzystujących rachunek różniczkowy niecałkowitych rzędów oraz dokonał autorskiej modyfikacji jednego z nich optymalizując go pod kątem jakości działania,
- zmodyfikował i zaimplementował wybrane algorytmy wykrywania krawędzi w obrazie oraz porównał ich działanie, pod względem odporności na szum, z autorską modyfikacją algorytmu wykorzystującego rachunek różniczkowo-całkowy niecałkowitych rzędów.

Tezy postawione w rozprawie

W niniejszej rozprawie doktorskiej postawiono i udowodniono następujące tezy:

1. Zastosowanie uproszczonych postaci różnic i sum niecałkowitych rzędów pozwoli znacznie zmniejszyć czas obliczeń i wykorzystanie pamięci układu mikroprocesorowego realizującego algorytmy wykorzystujące równania różnicowe niecałkowitych rzędów.
2. W przypadku różnic i sum niecałkowitych, zmiennych rzędów przyjęcie specjalnych funkcji rzędów pozwoli uniknąć problemów związanych z liniowo narastającym czasem obliczeń i wykorzystaniem pamięci.

Udowodnienie powyższych tez wymagało realizacji badań w zakresie określonym sformułowanymi wcześniej celami szczegółowymi rozprawy.

System robota mobilnego.

W ostatnich latach wzrasta wykorzystanie robotów w wielu różnych dziedzinach życia. Obecnie pełnią one rolę pomocniczą między innymi: w leśnictwie, kopalniach, misjach poszukiwawczych i ratowniczych, eksploracji planet oraz inspekcji niebezpiecznych miejsc. W większości przypadków wykorzystywane jednostki mobilne są zdalnie sterowane, ale nietrudno sobie wyobrazić, że w niedalekiej przyszłości roboty będą w stanie wykonywać przynajmniej część z powierzonych im zadań w sposób samodzielny.

Przykładem niebezpiecznych miejsc, których patrolowanie lub przeszukiwanie może zostać zlecone jednostkom mobilnym są pola minowe. Przeszukiwanie i rozbrajanie ich przez saperów jest zajęciem niezwykle niebezpiecznym i kosztownym. Szacuje się, że obecnie koszt umieszczenia miny nie przekracza 2 USD, natomiast koszt jej znalezienia i rozbrojenia sięga rzędu kilku tysięcy dolarów. Dlatego niezwykle istotnym zadaniem jest opracowanie takiej jednostki mobilnej, która byłaby w stanie w sposób samodzielny przeszukiwać zadany teren oraz oznaczać miejsca, w których potencjalnie mogą wystąpić miny. Do zbudowania takiej jednostki niezbędne jest opracowanie wielu zaawansowanych technologii, zarówno tych odpowiadających za wykrywanie min, jak również pozwalających na autonomiczne poruszanie się po zadanym terenie.

W wyniku realizacji projektu badawczego „Autonomiczny robot pola walki do zadań zwiadu i wykrywania min” powstał robot mobilny wyposażony w algorytmy umożliwiające wykonywanie zadań, takich jak:

- śledzenie operatora,
- patrolowanie terenu,
- dojazd do współrzędnych GPS w sposób samodzielny.

Szczegółowy opis robota i zagadnień z nim związanych można znaleźć w raporcie końcowym projektu (Sankowski, Duch *i inni*, 2012) oraz w opracowaniach powstałych w trakcie trwania projektu: (Jeżewski *i inni*, 2009)(Jeżewski i Błaszczuk 2009)(Jeżewski i Łaski 2009)(Jeżewski i Wulkiewicz 2009)(Jeżewski *i inni*, 2010)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2010)(Sankowski, Duch *i inni*, 2010a)(Sankowski, Duch *i inni*, 2010b)(Sankowski *i inni*, 2010c)(Sankowski *i inni*, 2010d)(Jachowicz i Duch 2011)(Jeżewski i Błaszczuk 2011)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2011)(Błaszczuk, Duch *i inni*, 2012)(Brzeziński, Duch *i inni*, 2012)(Jachowicz, Duch *i inni*, 2012)(Łaski, Duch *i inni*, 2012)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012a)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012b)(Ostalczyk i Duch 2012a)(Ostalczyk i Duch 2012b)(Wulkiewicz, Duch *i inni*, 2012)(Duch *i inni*, 2013b)(Duch *i inni*, 2013a)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2013)(Błaszczuk, Duch *i inni*, 2014)(Duch *i inni*, 2014)(Jachowicz, Duch *i inni*, 2014)(Łaski, Duch *i inni*, 2014)(Wulkiewicz, Duch *i inni*, 2014).

Robot pola walki przeznaczony do zadań zwiadu i wykrywania min

W wyniku prowadzonych prac powstała sześciokołowa, bezzałogowa platforma jezdna wyposażona w ramię obserwacyjne o czterech stopniach swobody z głowicą obserwacyjną (rys. 2) oraz konsola operatora umożliwiająca zdalne sterowanie platformą. Zrealizowana platforma mobilna wyposażona jest w 6 silników niezależnie sterowanych, co umożliwia łatwe pokonywanie nierówności terenu a także niewielkich przeszkód jakie mogą się znaleźć na jej drodze. Główną zaletą, dającą przewagę nad podobnymi, konkurencyjnymi rozwiązaniami, zrealizowanej jednostki mobilnej jest wyposażenie jej w rozbudowane, dedykowane systemy analizy danych, które umożliwiają wykonywanie zadań w sposób semi- lub w pełni autonomiczny oraz ułatwiają operatorowi sterowanie robotem. Wszystkie opracowane i zrealizowane przez zespół algorytmy zostały zaimplementowane na specjalnie zaprojektowanych do tego celu układach elektronicznych, dobieranych pod kątem jak najmniejszego poboru prądu i jak największej mocy obliczeniowej.

Jak wspomniano, opracowany w ramach zrealizowanego projektu robot charakteryzuje się budową modułową. Ponieważ poszczególne moduły, to znaczy moduł komunikacji, sterowania platformą jezdną, czujników, zarządzania ramieniem obserwacyjnym, zasilania oraz wykrywania min są od siebie odseparowane umożliwia to łatwe przeniesienie systemu na inną platformę lub też wprowadzanie zmian w obecnej konfiguracji sprzętowej.

Jednym z najważniejszych zadań pojazdów autonomicznych przeznaczonych do zadań zwiadu jest zebranie jak największej ilości informacji o otaczającym je środowisku. Jest to możliwe poprzez wykorzystanie danych z różnego rodzaju czujników i kamer. Zrealizowana platforma mobilna została wyposażona w zestaw czujników, z których dane są wykorzystywane przez algorytmy odpowiedzialne za wykonywanie zadań w sposób autonomiczny lub semi-autonomiczny. Informacje z czujników po wstępnym ich przetworzeniu przesyłane są również do konsoli, co ułatwia operatorowi zorientowanie się w otoczeniu w jakim znajduje się robot oraz sterowanie jednostką. W skład zestawu czujników i kamer zastosowanych w robocie wchodzi:

- GPS - wykorzystanie czujników GPS zamontowanych w konsoli i na platformie jezdnej umożliwia szybką lokalizację robota względem operatora, a w połączeniu z danymi pobranymi ze skanera laserowego także autonomiczny powrót robota do konsoli, samodzielne dotarcie do zadanych współrzędnych GPS oraz patrolowanie terenu.
- Dwuwymiarowy skaner laserowy - umożliwia robotowi wygenerowanie mapy swojego otoczenia oraz wykrycie przeszkód znajdujących się na jego drodze i ich ominięcie. Wykorzystywany jest w trakcie autonomicznej jazdy robota.
- Żyroskop - wykorzystywany jest do rozpoznania kierunku, w którym porusza się robot.
- Kamera światła widzialnego - umożliwia operatorowi podgląd na otoczenie w jakim znajduje się robot. Wykorzystywana jest również do wykrywania i śledzenia wybranych obiektów.



Rysunek 2: Robot mobilny pola walki zrealizowany w Instytucie Informatyki Stosowanej PŁ. (fot. Adam Wulkiewicz)

- Kamera o podwyższonej czułości - umożliwiającą sterowanie robotem w warunkach o słabym oświetleniu oraz w nocy.
- Kamera termowizyjna - umożliwiającą operatorowi rozpoznanie obiektów o wyróżniającej się temperaturze.

Zastosowanie różnego rodzaju kamer ma na celu umożliwienie operatorowi robota sterowanie nim w różnych warunkach zewnętrznych, na przykład obraz pobrany z kamery bliskiej podczerwieni pozwoli na sterowanie robotem w warunkach nocnych. Obrazy z kamer po wstępnym przetworzeniu są wysyłane do operatora oraz wykorzystywane przez algorytmy do wyszukiwania na nich zadanego wzorca. Umożliwia to robotowi wykonanie niektórych zadań w sposób autonomiczny, na przykład podążanie za operatorem.

Regulatory PID zmiennych, niecałkowitych rzędów

Regulatory PID są najczęściej stosowanymi regulatorami w przemysłowych układach regulacji ze względu na ich prostotę, wydajność oraz dostępność wielu efektywnych i prostych metod ich strojenia, w większości wymagających znajomości modelu matematycznego obiektu. Ponad 90% wszystkich instalacji automatyki stanowią struktury PI lub PID. W teorii sterowania, która jest dynamicznie rozwijającym obszarem nauki, stale wymagana jest coraz większa wydajność systemów. Dlatego opracowanie lepszych i prostszych algorytmów sterowania jest ciągle aktualnym zagadnieniem.

Rozwój rachunku różniczkowo-całkowego jaki nastąpił w ostatnich latach spowodował, że zostało opracowanych wiele metod pozwalających aproksymować operacje różniczkowania oraz całkowania niecałkowitego rzędu. Umożliwiło to wykorzystanie ułamkowego rachunku różniczkowego w różnych obszarach nauki, m. in. w teorii sterowania - regulatory oraz modelowanie obiektów za pomocą równań niecałkowitych rzędów. Spowodowało to również znaczący wzrost zainteresowania naukowców regulatorami PID niecałkowitych rzędów w ciągu ostatnich dwóch dekad.

Regulatory PID zmiennych, niecałkowitych rzędów

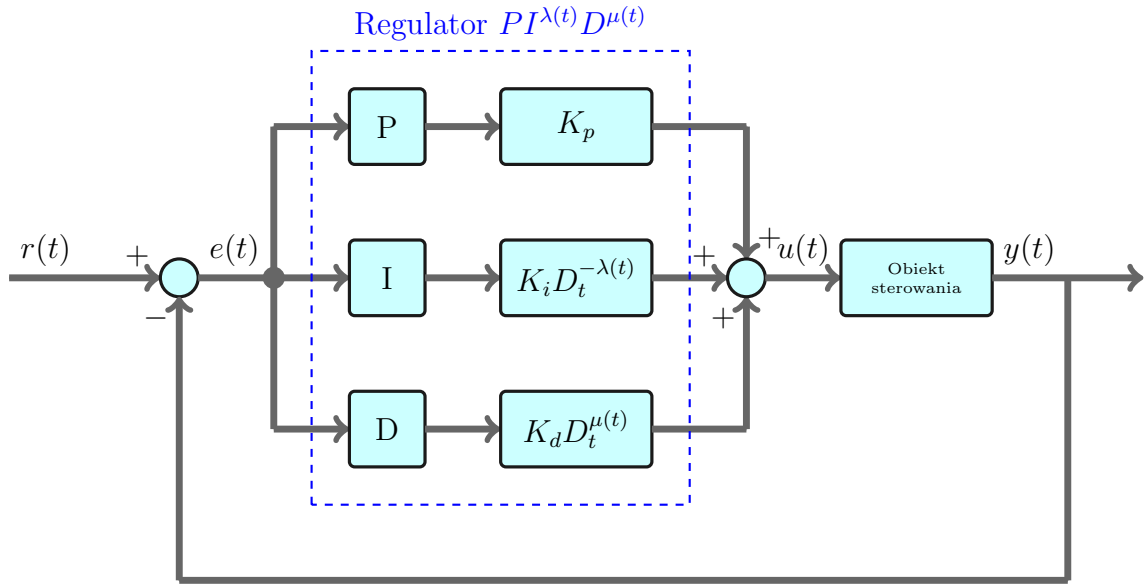
Regulatory zmiennego, niecałkowitego rzędu ($PI^{\lambda(t)}D^{\mu(t)}$) stanowią uogólnienie klasycznych regulatorów PID. Wewnętrzna struktura regulatora zmiennego, ułamkowego rzędu składa się z połączonych równolegle członów: proporcjonalnego, całkującego i różniczkującego. W dziedzinie czasu, regulator ten może być opisany za pomocą równania (1).

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D^{-\lambda(t)} e(t) + K_d D^{\mu(t)} e(t) \quad (1)$$

gdzie:

- $D^{(\nu)} f(t)$ - pochodna lub całka rzędu ν funkcji $f(t)$ zmiennej t ,
- K_p, K_i i K_d - odpowiednio człon proporcjonalny, całkujący i różniczkujący,
- $e(t)$ - uchyb regulacji regulatora PID,
- $u(t)$ - sygnał wyjściowy regulatora PID,
- $\lambda(t)$ - funkcja rzędu sumowania,
- $\mu(t)$ - funkcja rzędu różnicowania.

Schemat blokowy regulator $PI^{\lambda(t)}D^{\mu(t)}$ został przedstawiony na rysunku 3, w odróżnieniu od regulatora $PI^{\lambda}D^{\mu}$, w tym przypadku rząd całkowania i różniczkowania jest funkcją czasu.



Rysunek 3: Schemat blokowy zamkniętego układu z regulatorem PID zmiennych, niecałkowitych rzędów ($PI^{\lambda(t)}D^{\mu(t)}$).

Kiedy $\lambda(t)$ i $\mu(t)$ są stałe, otrzymujemy regulator $PI^\lambda D^\mu$. Dla $\lambda(t) = 1$ i $\mu(t) = 1$ otrzymujemy klasyczny regulator PID. Bazując na regulatorze $PI^{\lambda(t)}D^{\mu(t)}$ można zaprojektować regulatory $PI^{\lambda(t)}$ i $PD^{\mu(t)}$ w celu lepszego dopasowania układu sterowania do właściwości dynamicznych sterowanego obiektu.

Podstawiając do wzoru (1) funkcje dyskretne zamiast ciągłych otrzymujemy postać dyskretnego regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów (2), która może zostać praktycznie zrealizowana na mikroprocesorze (Ostalczyk, Duch i inni, 2012b).

$$u_k = K_p e_k + K_i \Delta^{\mu_k} e_k + K_d \Delta^{\nu_k} e_k \quad (2)$$

gdzie:

- $\Delta^{(\nu)} f(k)$ - różnica lub suma rzędu ν funkcji dyskretnej $f(k)$ zmiennej k ,
- e_k - uchyb regulacji w chwili k ,
- u_k - sygnał wyjściowy regulatora w chwili k ,
- μ_k - funkcja rzędu sumowania, $\forall k : \mu_k < 0$,
- ν_k - funkcja rzędu różnicowania, $\forall k : \nu_k > 0$.

Przy strojeniu regulatorów PID zmiennego, niecałkowitego rzędu pojawiają się dwa dodatkowe parametry: μ_k i ν_k . Utrudnia to procedurę strojenia regulatora jednakże prowadzi równocześnie do otrzymania nowych, niedostępnych w przypadku klasycznych regulatorów PID, charakterystyk przejściowych układu zamkniętego. Zastosowanie zmiennych w czasie rzędów różnicowania i sumowania w regulatorach pozwala nie tylko na określenie funkcji rzędów *a priori*, to znaczy w momencie strojenia regulatora, ale również na wykorzystanie do ich obliczenia obecnych lub przeszłych próbek sygnału e_k (uchybu regulacji) i/lub u_k (sygnału wyjściowego regulatora). Oznacza to, że rząd różnicowania oraz sumowania może 'reagować' na zmiany bieżących wartości uchybu regulacji i/lub sygnału wejściowego regulatora. Tym samym regulator może szybciej dostosowywać się do zmian następujących w obiekcie regu-

lacji.

Praktyczna realizacja algorytmu realizującego regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów.

W niniejszym rozdziale został zaprezentowany autorski algorytm realizujący regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, zoptymalizowany pod kątem **szybkości działania** oraz **wykorzystania dostępnej pamięci**.

Dobór funkcji rzędów sumowania i różnicowania

Pierwszym i najważniejszym kryterium przy doborze funkcji rzędów różnicowania i sumowania dla regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, które musi zostać zawsze spełnione, jest zachowanie stabilności układu i zerowego uchybu ustalonego. W celu zachowania tych podstawowych właściwości zamkniętych układów regulacji z regulatorem PID zmiennego, niecałkowitego rzędu i obiektem sterowania muszą zostać spełnione następujące założenia dotyczące doboru funkcji rzędów różnicowania i sumowania (Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012b):

- Zerowy uchyb ustalony będzie zachowany jeżeli dla skokowego wymuszenia oraz dla odpowiednio dobranych nastaw parametrów klasycznego regulatora PID K_p , K_i i K_d spełniony będzie następujący warunek:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mu_k = -1. \quad (3)$$

- Stabilność zamkniętego układu regulacji będzie zachowana jeżeli dla skokowego wymuszenia oraz dla odpowiednio dobranych nastaw parametrów klasycznego regulatora PID K_p , K_i i K_d spełniony będzie następujący warunek:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \nu_k = 1. \quad (4)$$

Dobór funkcji rzędów sumowania i różnicowania dla regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów jest również uwarunkowany charakterystyką pracy urządzenia, do którego regulacji zostanie on wykorzystany. Ze względu na problemy realizacyjne regulatorów tego typu, wspomniane w poprzednim podrozdziale optymalnym wydaje się przyjęcie założenia, że taki regulator ma pracować jako regulator zmiennych, niecałkowitych rzędów tylko w określonym fragmencie pracy urządzenia - w stanie przejściowym. Natomiast w momencie kiedy urządzenie znajdzie się już w stanie ustalonym, regulator może się przetransformować do klasycznego regulatora PID.

Biorąc pod uwagę powyższe oraz warunki (3) i (4) jakie muszą być spełnione przez funkcje rzędów różnicowania i sumowania można określić ogólną funkcję według jakiej rzędy różnicowania i sumowania muszą się zmieniać:

- Dla dowolnej stałej dodatniej liczby całkowitej L_μ ($0 \leq L_\mu < \infty$) funkcję rzędu sumowania spełniającą warunek zerowego uchybu ustalonego (3) można przedstawić w następującej postaci:

$$\mu_k = \begin{cases} f_k & \text{dla } k \leq L_\mu \\ -1 & \text{dla } k > L_\mu \end{cases} \quad (5)$$

dla $-\infty < f_k < 0$.

- Dla dowolnej stałej dodatniej liczby całkowitej L_ν ($0 \leq L_\nu < \infty$) funkcję rzędu różnicowania spełniającą warunek stabilności układu (4) można przedstawić w następującej postaci:

$$\nu_k = \begin{cases} g_k & \text{dla } k \leq L_\nu \\ 1 & \text{dla } k > L_\nu \end{cases} \quad (6)$$

dla $0 < g_k < \infty$.

Dobór takich funkcji rzędów sumowania i różnicowania, żeby spełniały odpowiednio warunki (5) i (6) nie tylko gwarantuje zachowanie zerowego uchybu ustalonego i stabilności układu zamkniętego, ale też **pozwała uniknąć w trakcie praktycznej realizacji dyskretnych regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów problemu ograniczonego czasu obliczeń**. Jest to spowodowane faktem, że po czasie $k \geq \max(L_\mu, L_\nu)$ regulator PID zmiennego, niecałkowitego rzędu zaczyna pracować jako klasyczny regulator PID. Oznacza to, że wyznaczanie aktualnych rzędów różnicowania i sumowania jest konieczne tylko w przedziale czasu $< 0, k >$. Spełnienie przedstawionych powyżej warunków przez funkcje rzędów różnicowania i sumowania ułatwia również dobór nastaw regulatora (K_p , K_i i K_d). Zakładając, że po upływie czasu k regulator staje się klasycznym regulatorem PID jego nastawy mogą zostać dobrane korzystając z ogólnie znanych metod.

Jeżeli klasyczny regulator PID jest stabilny (lub asymptotycznie stabilny) dla dobranych nastaw K_p , K_i i K_d , wówczas regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów dla tych samych nastaw oraz rzędów sumowania i różnicowania spełniających odpowiednio warunki (5) i (6) będzie również stabilny (Ostalczyk, Duch i inni, 2012b). Stabilność zamkniętych układów regulacji nie zależy bowiem od warunków początkowych. Oznacza to, że zamknięty układ regulacji z regulatorem PID zmiennego, niecałkowitego rzędu w przedziale czasu $0 \leq k < \max(L_\mu, L_\nu)$ może być stabilny lub niestabilny. Jednakże po upływie czasu $k \geq \max(L_\mu, L_\nu)$ zachowanie układu w przedziale czasu $0 \leq k < \max(L_\mu, L_\nu)$ jest zapamiętane jako warunki początkowe dla klasycznego regulatora PID. Oznacza to, że dobierając nastawy K_p , K_i i K_d dla których klasyczny regulator PID jest stabilny, regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, spełniających warunki (5) i (6), również będzie dla tych nastaw stabilny.

To samo stwierdzenie jest również prawdziwe dla regulatorów PD zmiennych, niecałkowitych rzędów. Jeżeli zamknięty układ regulacji z regulatorem PD jest stabilny dla dobranych nastaw regulatora K_p i K_d , to będzie on również stabilny dla regulatora PD zmiennych, niecałkowitych rzędów, którego rzędy spełniają warunek (6) (Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012a)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2013). Zamknięty układ regulacji z regulatorem PD zmiennych, niecałkowitych rzędów może być stabilny lub niestabilny w przedziale czasu $0 \leq k < L_\nu$. Jednakże, poprzez założenie że ten sam zamknięty układ regulacji z klasycznym regulatorem PD z tymi samymi nastawami jest stabilny, oznacza to, że również zamknięty układ regulacji z regulatorem PD zmiennego, niecałkowitego rzędu będzie stabilny dla $k \geq L_\nu$.

Dodatkowym wymaganiem dotyczącym doboru funkcji rzędów sumowania i różnicowania może być jej monotoniczność. Poniżej przedstawione zostały przykłady funkcji spełniających ten warunek oraz warunki (3), (4), (5) i (6):

$$\mu_k = \begin{cases} -\frac{k}{L_\mu} & \text{dla } k < L_\mu \\ -1 & \text{dla } k \geq L_\mu \end{cases} \quad (7)$$

$$\nu_k = \begin{cases} -\frac{k}{L_\nu} & \text{dla } k < L_\nu \\ -1 & \text{dla } k \geq L_\nu \end{cases} \quad (8)$$

oraz:

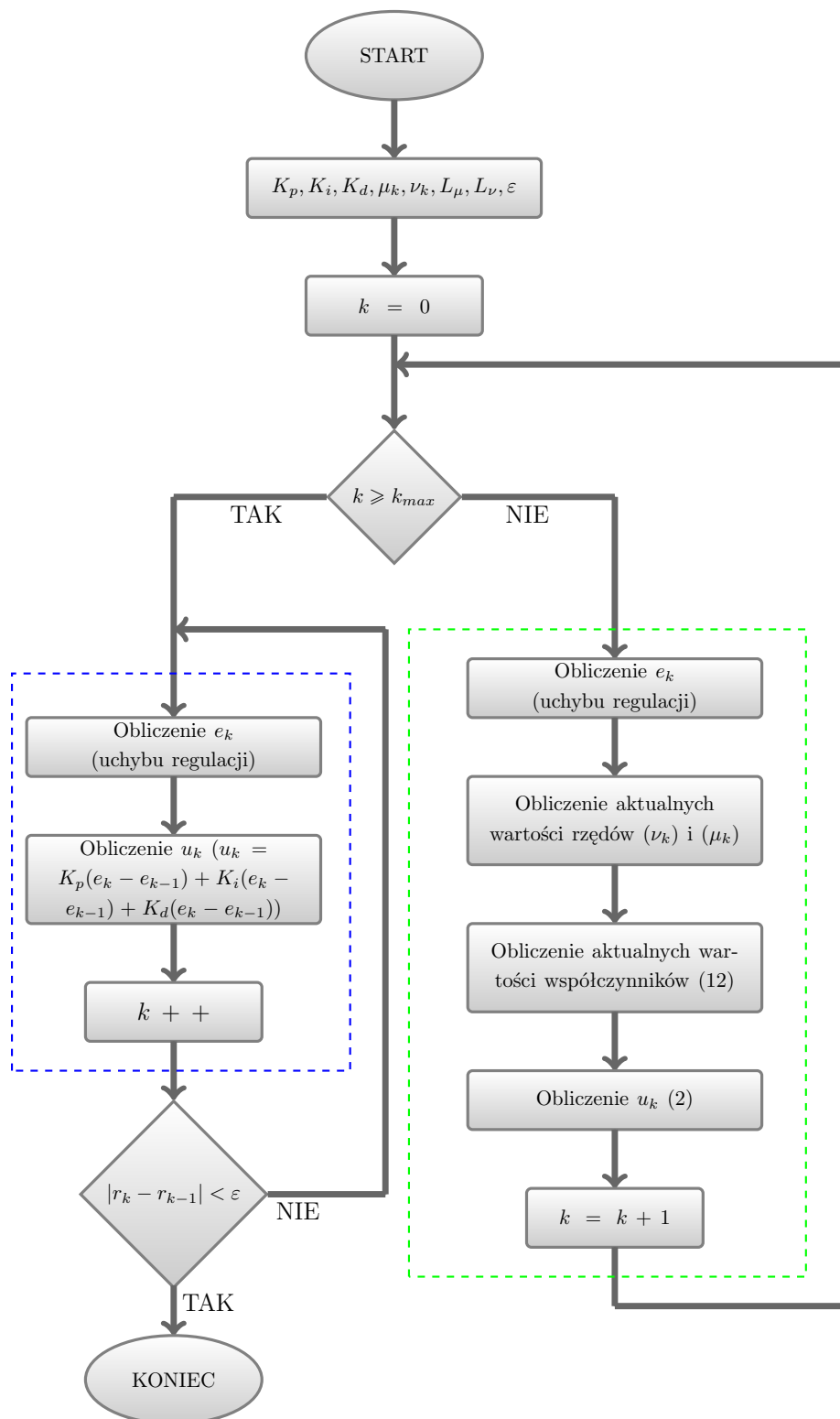
$$\mu_k = \begin{cases} -\frac{1 - e^{a_\mu k}}{e^{a_\mu L_\mu} - 1} & \text{dla } k < L_\mu \\ -1 & \text{dla } k \geq L_\mu \end{cases} \quad (9)$$

$$\nu_k = \begin{cases} -\frac{1 - e^{a_\nu k}}{e^{a_\nu L_\nu} - 1} & \text{dla } k < L_\nu \\ -1 & \text{dla } k \geq L_\nu \end{cases} \quad (10)$$

gdzie $a_\mu, a_\nu < 0$. Ze wzorów (7), (8), (9) i (10) wynika, że regulator zmiennych, niecałkowitych rzędów pracuje jako regulator zmiennych rzędów w przedziale czasu $0 \leq k < \max(L_\mu, L_\nu)$, a następnie transformuje się do klasycznego regulatora PID.

Zoptymalizowany algorytm realizujący regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów

W niniejszym podrozdziale przedstawiony zostanie **zoptymalizowany przez autora rozprawy** algorytm realizujący regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów. Schemat blokowy zoptymalizowanego algorytmu został przedstawiony na rys. 4. Poprzez odpowiedni dobór funkcji rzędów różnicowania i sumowania zaproponowany algorytm realizuje regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów w przedziale czasu $< 0, k >$ (zaznaczone kolorem zielonym na schemacie), w którym to przedziale czasu układ powinien znajdować się w stanie przejściowym. Natomiast po upływie czasu k algorytm realizuje klasyczny regulator PID (zaznaczone kolorem niebieskim), aż do momentu osiągnięcia poziomu sygnału zadającego (r_k) z dokładnością większą niż (ε) .



Rysunek 4: Schemat blokowy zoptymalizowanego algorytmu realizującego regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów.

Parametrami algorytmu są nastawy regulatora K_p , K_i , K_d , długości „ogonów obliczeń” L_μ , L_ν , funkcje rzędów sumowania i różnicowania μ_k i ν_k , wartość progu ε oraz k_{max} czyli czas, po upływie którego regulator ma się transformować do klasycznego regulatora PID. Funkcje rzędów regulatora muszą spełniać warunki (5)

i (6). W trakcie trwania każdej pętli regulacji w przedziale czasu $\langle 0, k \rangle$ obliczane są aktualne wartości rzędów różnicowania i sumowania na podstawie funkcji μ_k i ν_k , a następnie wartości współczynników oraz sumy i różnice (11) sygnału uchybu regulacji.

$${}^H_0 \Delta_{k,L}^{(\nu)} f(k) = \begin{cases} f(k) + c_1^{(\nu)}[f(k-1) + \dots + c_{k-1}^{(\nu)}[f(1) + c_k^{(\nu)}f(0)] \dots] & \text{dla } 0 < k \leq L \\ f(k) + c_1^{(\nu)}[f(k-1) + \dots + c_{k-L}^{(\nu)}[\sum_{i=0}^L f(i)]] \dots] & \text{dla } k > L \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie:

$$c_k^{(\nu)} = \begin{cases} 1 & \text{dla } k = 0 \\ \frac{k-1-\nu}{k} & \text{dla } k = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (12)$$

Wraz z upływem czasu rośnie liczba przeszłych próbek uchybu regulacji, które muszą być przechowywane w pamięci. Należy jednak zauważyć, że **zastosowanie odpowiedniego wzoru do wyznaczania sum i różnic niecałkowitych rzędów** (11) **pozwoło ograniczyć liczbę przechowywanych danych, a co za tym idzie usunąć niedogodności związane z wykorzystaniem sum i różnic niecałkowitych rzędów, czyli rosnącego czasu wykonywania obliczeń oraz wykorzystania coraz większej ilości pamięci.** Po upływie czasu $k \geq \max(L_\mu, L_\nu)$ zarówno złożoność obliczeniowa jak i pamięciowa algorytmu jest stała.

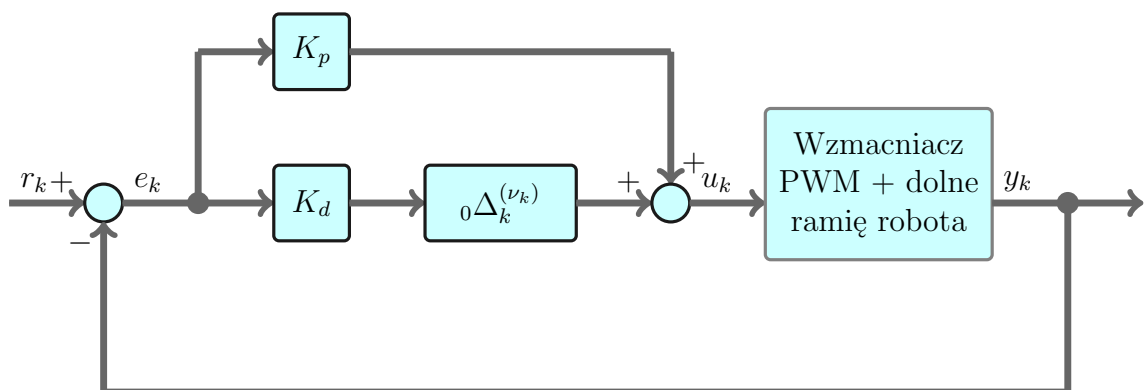
Regulator PID zmiennego, niecałkowitego rzędu pracuje aż do upływu wcześniej zadeklarowanego czasu k_{max} . Po tym czasie wartość rzędu sumowania będzie równa -1 , natomiast wartość rzędu różnicowania 1 , co jest zagwarantowane poprzez odpowiedni dobór funkcji rzędów, czyli po upływie czasu k_{max} algorytm realizuje klasyczny regulator PID. Oznacza to, że **przyjęcie specjalnych funkcji rzędów sumowania i różnicowania pozwoli uniknąć problemów związanych z liniową złożonością czasową i obliczeniową algorytmu.** Dopiero w momencie znacznej zmiany sygnału sterującego algorytm ponownie zaczyna realizować regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, zerując równocześnie licznik czasu k .

Weryfikacja opracowanego algorytmu w zamkniętym układzie regulacji ramienia robota

W ramach przeprowadzonych badań zostało porównane sterowanie dolnym ramieniem robota przy wykorzystaniu regulatorów PD zmiennych, niecałkowitych rzędów oraz klasycznych regulatorów PD. Przyjęte założenie o całkujących właściwościach ramienia robota pozwala jako regulator przyjąć regulator PD. Wynika to z wymagania zapewnienia zerowego uchybu ustalonego przy wymuszeniu skokowym.

Docelowy kąt jaki ramię robota ma osiągnąć wysyłany jest z komputera stacjonarnego za pomocą magistrali komunikacyjnej RS-232 do mikroprocesora DSP. W przeprowadzonym doświadczeniu mikroprocesor DSP ma za zadanie tylko przesyłać informacje pomiędzy modulem zarządzającym silnikiem a komputerem stacjonarnym. Dane pomiędzy mikroprocesorem DSP a mikrokontrolerem at90pwm3 firmy ATMEL, na którym jest zaimplementowany moduł zarządzania silnikiem odbywa się za pomocą magistrali komunikacyjnej RS-485. Moduł zarządzania silnikiem realizuje zamknięty układ regulacji z regulator PD zmiennego, niecałkowitego rzędu lub klasycznym regulatorem. Zbiera on również w równych odstępach czasu informacje z enkodera absolutnego na temat bieżącego kąta o jaki obrócone jest ramię. Dane te są następnie przesyłane do komputera stacjonarnego przez mikroprocesor DSP.

Wykorzystany w prowadzonych badaniach zamknięty układ regulacji z ramieniem robota został przedstawiony na rys. 5. Sygnałem sterującym r_k jest kąt do



Rysunek 5: Schemat blokowy zamkniętego układu regulacji z wykorzystaniem dyskretnego regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów PD^{ν_k} do sterowania dolnym ramieniem robota.

którego ramię ma dążyć. Uchyb regulacji e_k obliczany jest na podstawie różnicy

pomiędzy bieżącym kątem o jaki obrócone jest ramię, a kątem docelowym. Uchyb regulacji jest równocześnie sygnałem wejściowym regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów. Należy zauważyć, że przedstawiony schemat układu regulacji jest również prawdziwy dla klasycznego regulatora PD (wartość rzędu różnicowania ν_k musi być stała i równa 1). Sygnałem wyjściowym regulatora u_k jest napięcie ustawiane za pomocą modulacji wypełnienia impulsu (PWM) podawane na mostek H (wzmacniacz), z którego następnie jest zasilany silnik. Informacja na temat kąta o jaki jest obrócone aktualnie ramię uzyskiwana jest na podstawie enkodera absolutnego zamontowanego w ramieniu. Wartość enkodera przesyłana jest po szynie SSI do mikrokontrolera.

W omawianym doświadczeniu do sterowania ramieniem wykorzystany został regulator PD zmiennych, niecałkowitych rzędów o następujących nastawach:

$$K_p = 0.001 \quad (13)$$

$$K_d = 5.8 \quad (14)$$

oraz rzędzie różnicowania zmieniającym się zgodnie z funkcją:

$$\nu_k = 1 - e^{ak} + 2e^{ak}. \quad (15)$$

W omawianym przykładzie arbitralnie przyjęto $a = -0.08$.

Otrzymane przebiegi przejściowe w zamkniętym układzie regulacji dla regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu (kolor czerwony) i klasycznego regulatora PD (kolor niebieski) zostały przedstawione na rys. 6. Jak można zauważyć na wykresie wykorzystanie regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu pozwoliło na szybsze osiągnięcie zadanego kąta niż miało to miejsce w przypadku skorzystania z klasycznego regulatora PD z takimi samymi nastawami.

W celu porównania wydajności obu regulatorów przyjęte zostały następujące kryteria jakości:

1. SAE - suma błędów bezwzględnych (ang. *Sum of absolute value of error*):

$$SAE = \sum_{k=0}^n |e_k| \quad (16)$$

2. SSE - suma kwadratu błędów (ang. *Sum of squared error*):

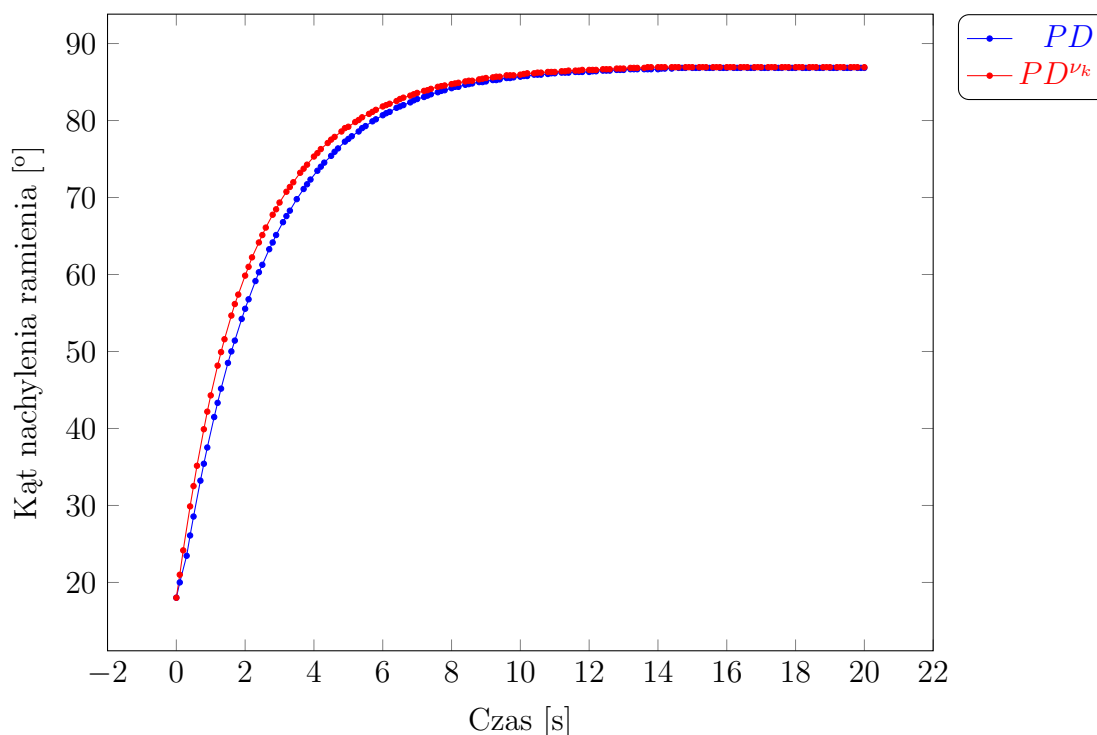
$$SSE = \sum_{k=0}^n e_k^2 \quad (17)$$

3. STAE - suma czasu i błędów bezwzględnych (ang. *Sum of time absolute error*):

$$STAE = \sum_{k=0}^n kT_s |e_k| \quad (18)$$

gdzie: T_s jest czasem próbkowania.

Na wykresie 7 przedstawione zostało porównanie regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu (kolor czerwony i czarny) z klasycznym regulatorem PD (kolor



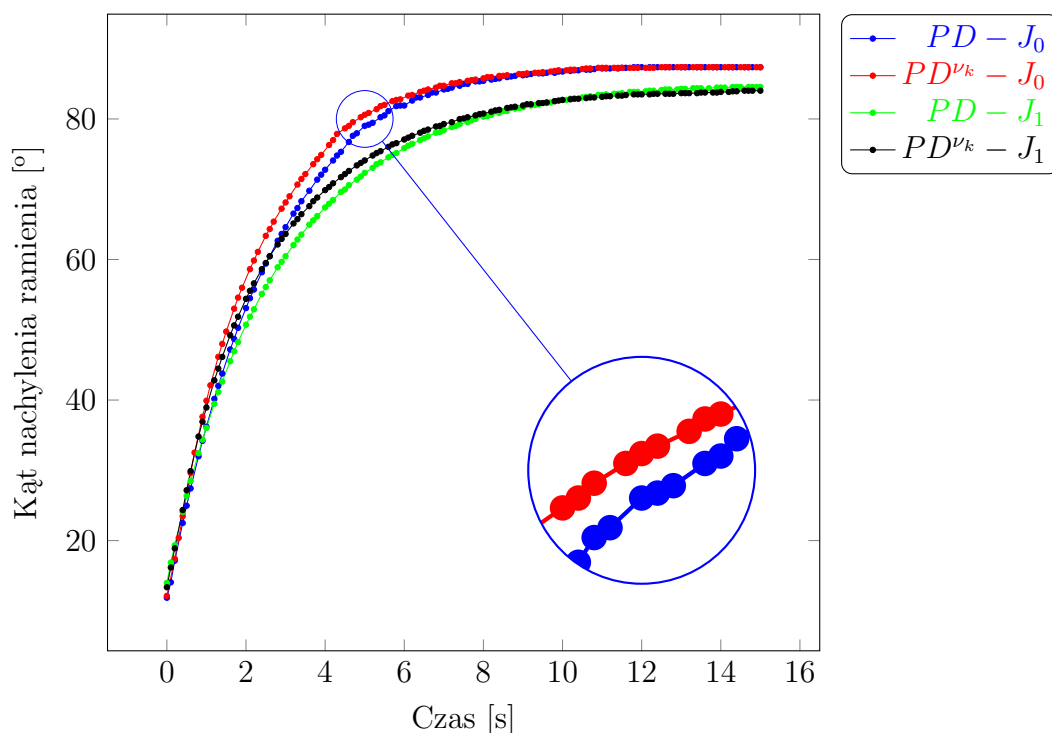
Rysunek 6: Pomierzone kąty nachylenia dolnego ramienia - porównanie regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu z klasycznym regulatorem PD.

Tabela 1: Porównanie kryteriów jakości sterowania w układzie zamkniętym z regulatorem PD zmiennego, niecałkowitego rzędu z klasycznym regulatorem PD.

Kryterium jakości	Regulator PD zmiennego, niecałkowitego rzędu	Klasyczny regulator PD	%
SAE	1667	1810	8%
SSE	50772	59140	14%
STAE	7354	8002	8%

niebieski i zielony) o takich samych nastawach dla różnych momentów bezwładności ramienia (J_0 i J_1). Wyniki porównania działania obu regulatorów według takich samych kryteriów co poprzednio zostały przedstawione w tabelach 2 i 3.

Wyniki przedstawione w tabelach 1, 2 i 3 pokazują, że zastosowanie regulatorów PD zmiennych, niecałkowitych rzędów pozwala poprawić jakość działania układu zamkniętego o 3% – 18% w stosunku do wykorzystania klasycznego regulatora PD o takich samych nastawach. Oznacza to, że obiekt sterowania, w omawianym przypadku ramię robota, osiąga szybciej zadane położenie końcowe jeżeli zastosuje się regulator PD zmiennego, niecałkowitego rzędu. Analizując tylko kryterium SSE jakość działania układu zamkniętego poprawia się średnio o około 10% w porównaniu do klasycznych regulatorów PD. Zastosowanie regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu powoduje, że sygnał wyjściowy obiektu sterowania jest bardziej dopasowany do sygnału zadającego, występują mniejsze różnice pomiędzy sygnałem zadaniem a wyjściowym obiektu sterowania. Przedstawione wyniki nie są rozwiąza-



Rysunek 7: Pomierzone kąty nachylenia dolnego ramienia - porównanie regulatora PD zmiennego, niecałkowitego rzędu z klasycznym regulatorem PD dla różnych momentów bezwładności ramienia.

Tabela 2: Porównanie kryteriów jakości sterowania w układzie zamkniętym z regulatorem PD zmiennego, niecałkowitego rzędu z klasycznym regulatorem PD dla momentu bezwładności J_0 .

Kryterium jakości	Regulator PD zmiennego, niecałkowitego rzędu	Klasyczny regulator PD	%
SAE	1279	1463	13%
SSE	48942	59592	18%
STAE	2948	3378	13%

Tabela 3: Porównanie kryteriów jakości sterowania w układzie zamkniętym z regulatorem PD zmiennego, niecałkowitego rzędu z klasycznym regulatorem PD dla momentu bezwładności J_1 .

Kryterium jakości	Regulator PD zmiennego, niecałkowitego rzędu	Klasyczny regulator PD	%
SAE	1794	1902	6%
SSE	60316	66723	10%
STAE	6593	6818	3%

niami optymalnymi, wykazują tylko, że regulatory PID zmiennych niecałkowitych rzędów dają poprawę dynamiki układu zamkniętego. Możliwa jest ich dalsza poprawa poprzez inny dobór funkcji rzędów i nastaw regulatora.

Zastosowanie algorytmów opisanych równaniami niecałkowitych rzędów do wykrywania krawędzi.

Przetwarzanie i analiza obrazów jest prężnie rozwijającą się dziedziną nauki coraz częściej znajdującą zastosowanie w przemyśle. Coraz więcej systemów wykorzystuje informacje pozyskane w wyniku działania algorytmów analizy i przetwarzania obrazów do podejmowania decyzji w sposób samodzielny lub też jako swego rodzaju podpowieź dla zarządcy systemu. Do systemów korzystających z informacji pozyskanych w wyniku analizy i przetwarzania obrazów możemy zaliczyć systemy do monitoringu obszarów (potrafiące samodzielnie wykryć intruza), nadzorujące proces produkcji, systemy monitorujące ruch drogowy, itp.

Algorytmy wykrywania krawędzi oparte na rachunku różnicowym ułamkowego rzędu

Jako krawędzie definiuje się miejsca gdzie występuje skokowa zmiana intensywności na obrazie. Zmiany intensywności zazwyczaj odpowiadają fizycznym cechom trójwymiarowych obiektów przedstawionych na obrazie (na przykład tekstura, głębokość obrazu, krawędzie obiektów). Z tego też powodu wykrycie krawędzi na obrazie jest jedną z fundamentalnych operacji w dziedzinie przetwarzania i analizy obrazów. Zazwyczaj jest jednym z pierwszych, a zarazem ważnym etapem bardziej złożonych algorytmów przetwarzania obrazów. Informacje pozyskane za pomocą metod wykrywających krawędzie są z powodzeniem wykorzystywane między innymi w budowaniu algorytmów stereowizyjnych (określanie odległości obiektu od kamery), określaniu przepływu optycznego na serii zdjęć, algorytmach rozpoznawania wzorców, wykrywania charakterystycznych cech obiektów na zdjęciach, jak również w algorytmach rozpoznawania obiektów oraz ich śledzenia. Zadanie wykrycia krawędzi na obrazie może zostać podzielone na trzy oddzielne podzadania: wygładzenie (przetwarzany obraz jest wygładzany, w celu zmniejszenia wpływu szumu na wyniki działania algorytmu wykrywającego krawędzie), różnicowanie (wzmacnia krawędzie i umożliwia łatwiejsze wykrywanie prostych wzorców geometrycznych), decyzja (w większości algorytmów wykrywających krawędzie konieczne jest zastosowanie operacji progowania w celu otrzymania binarnego obrazu - odfiltrowania słabych krawędzi i pozostawienia tylko tych najbardziej wyraźnych).

Optymalizacja algorytmu wykrywania krawędzi opartego na rachunku różnicowym ułamkowego rzędu

W niniejszym podrozdziale zaprezentowana została autorska modyfikacja algorytmu wykrywania krawędzi zaproponowanej przez (Garg i Singh 2012). Algorytm został zoptymalizowany pod kątem jakości działania, a mianowicie odporności na szum.

Zaprezentowany algorytm wykrywania krawędzi wykorzystujący różnicę ułamkowego rzędu jest modyfikacją popularnej metody wykrywania krawędzi - operatora Sobela oraz metody zaproponowanej przez (Garg i Singh 2012). Zaproponowana modyfikacja umożliwi dokładniejsze wykrywanie krawędzi oraz uzyskanie informacji na temat kąta nachylenia poszczególnych krawędzi. Wykrycie krawędzi za pomocą tego algorytmu polega na wykonaniu operacji splotu obrazu z maską utworzoną na podstawie definicji ulepszonej różnicy ułamkowego rzędu Grünwalda - Letnikova (19) za pomocą maski:

$${}_{t_0}^{GL}D_t^\nu f(t) = \frac{h^{-\nu}}{\Gamma(-\nu)} \sum_{j=0}^{[(t-t_0)/h]} \frac{\Gamma(j-\nu)}{\Gamma(j+1)} \left[f_j + \frac{\nu}{4}(f_{j-1} - f_{j+1}) + \frac{\nu}{8}(f_{j-1} - 2f_j + f_{j+1}) \right] \quad (19)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} f_j &= f(t - jh) \\ f_{j-1} &= f(t + h - jh) \\ f_{j+1} &= f(t - h - jh). \end{aligned}$$

$$T = \begin{bmatrix} T_2 & 0 & T_2 \\ T_1 & 0 & T_1 \\ T_2 & 0 & T_2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Wartości T_1 , T_2 są wyznaczane na podstawie wzoru:

$$T_i = \frac{1}{\Gamma(-\nu)} \left[\frac{\Gamma(i-\nu+1)}{(i+1)!} \left(\frac{\nu}{4} + \frac{\nu^2}{8} \right) + \frac{\Gamma(i-\nu)}{i!} \left(1 - \frac{\nu^2}{4} \right) + \frac{\Gamma(i-\nu-1)}{(i-1)!} \left(-\frac{\nu}{4} + \frac{\nu^2}{8} \right) \right]. \quad (21)$$

Obrócenie maski (20) o dowolny kąt umożliwi wykrycie na obrazie krawędzi pochyłych pod różnym kątem. Obraz wynikowy z wykrytymi krawędziami wyznaczony według następującego wzoru:

$$I = \left(\sum_{\Theta=0}^{\frac{180}{\Delta\Theta}} |I_{\Theta, \Delta\Theta}|^\alpha \right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (22)$$

gdzie:

- I - obraz wynikowy z wykrytymi krawędziami,
- I_{Θ} - wynik splotu obrazu z maską obróconą o kąt Θ ,
- $\Delta\Theta$ - krok obrotu maski,
- Θ - kąt obrotu,
- α - potęgowania $G_{\Theta, \Delta\Theta}$,
- β - rząd potęgowania.

Możliwe jest również wykrycie krawędzi położonych pod wybranym kątem, poniżej została zaprezentowana maskę (20) obrócona odpowiednio o kąt 45° i 135° :

$$G_{45^\circ} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & 0 \\ T_2 & 0 & T_2 \\ 0 & T_2 & T_1 \end{bmatrix} \quad G_{135^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & T_2 & T_1 \\ T_2 & 0 & T_2 \\ T_1 & T_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Porównanie algorytmów wykrywania krawędzi opartych na rachunku różnicowym ułamkowego rzędu z klasycznymi

W niniejszym podrozdziale zostanie przedstawione porównanie autorskiego algorytmu zaprezentowanego w poprzednim podrozdziale oraz wybranych algorytmów do wykrywania krawędzi wykorzystujących rachunek różnicowy niecałkowitego rzędu z klasycznymi metodami wykrywania krawędzi (Canny, operator Sobela, krzyż Prewitta) pod względem odporności na szum występujący na obrazie. Dla każdej z testowanych metod zostanie automatycznie wygenerowany zestaw obrazów odniesienia (ang. *Ground Truth Image*) z idealnie wykrytymi krawędziami. Będą one stanowiły punkt odniesienia w momencie oceny poszczególnych algorytmów pod kątem ich odporności na szum. Ponieważ każda z metod wykrywa krawędzie w inny sposób, dla każdej z badanych metod przygotowany został odrębny zestaw obrazów odniesienia.

W zbiorze testowym znalazły się zarówno obrazy naturalne, jak i sztuczne - przygotowane na potrzeby przeprowadzonych doświadczeń. Algorytmy wykrywania krawędzi zostały zbadane pod kątem odporności na szum. W tym celu do każdego z testowych obrazów dodany został szum biały o wariancji z przedziału $0.001 \div 0.01$. Następnie, na każdym z obrazów z dodanym szumem zostały wykryte krawędzie za pomocą wszystkich badanych metod. W celu porównania działania poszczególnych metod został wyznaczony współczynnik PSNR (ang. *peak signal-to-noise ratio* - szczytowy stosunek sygnału do szumu) na podstawie następującego wzoru:

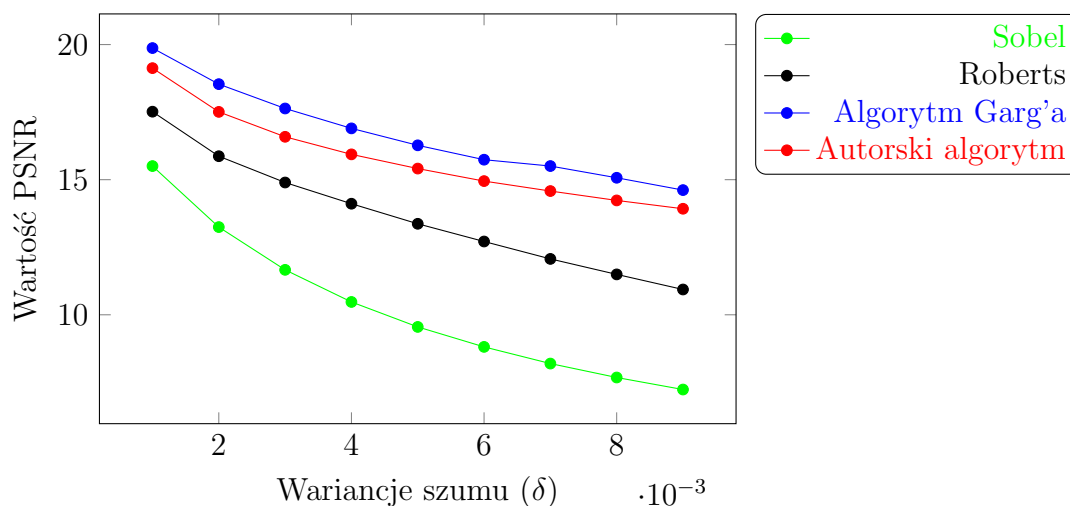
$$PSNR(g_0, g) = 10 \log_{10} \left(\frac{255^2}{\frac{1}{n \cdot m} \sum_{x=0}^m \sum_{y=0}^n (g(x, y) - g_0(x, y))^2} \right) \quad (24)$$

gdzie:

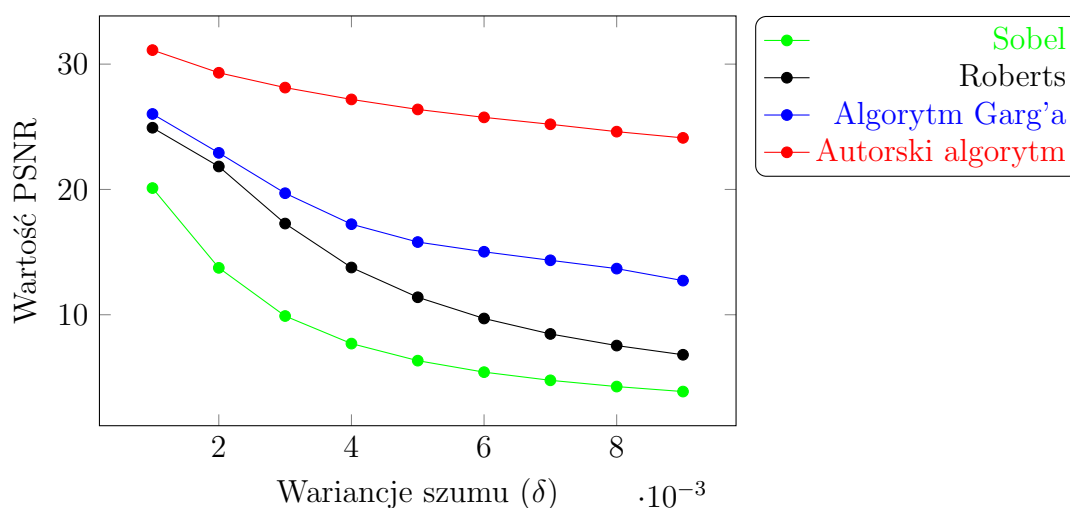
- $g_0(x, y)$ - wartość piksela w obrazie z dodanym szumem,
- $g(x, y)$ - wartość piksela na oryginalnym obrazie,
- m, n - wymiary analizowanego obrazu,
- x, y - współrzędne piksela.

Wyższa wartość współczynnika PSNR wskazują na lepszą ekstrakcję informacji o krawędziach obrazu.

Wyniki porównania wybranych metod na odporność na szum zostały pokazane na wykresach: obrazy rzeczywiste (rys. 8 i 9 i obraz wygenerowany komputerowo (rys. 10).

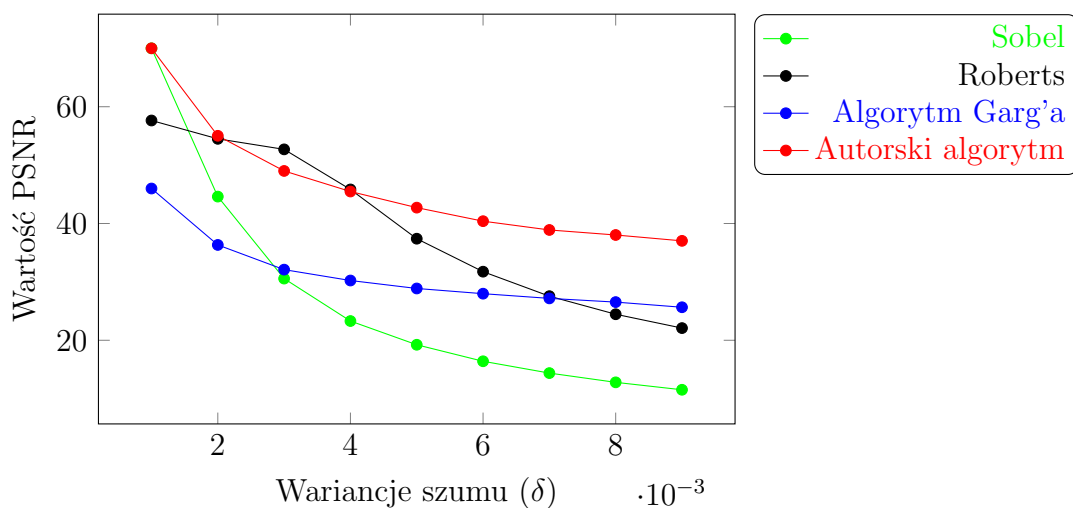


Rysunek 8: Wartości współczynnika PSNR w zależności od szumu dodanego do obrazu rzeczywistego 1 wyznaczone dla badanych metod.



Rysunek 9: Wartości współczynnika PSNR w zależności od szumu dodanego do obrazu rzeczywistego 2 wyznaczone dla badanych metod.

Zaproponowany przez autora zmodyfikowany algorytm wykrywania krawędzi oparty o wykorzystanie rachunku różnicowego ułamkowych rzędów charakteryzuje się dużą odpornością na szum obecny na przetwarzanych obrazach, znacznie większą niż ma to miejsce w przypadku algorytmów Sobela i Roberts'a. Warto również zauważyć, że algorytmy oparte o rachunek różnicowy ułamkowych rzędów cechują się znacznie większą odpornością na występowanie na obrazach szumu niż klasyczne algorytmy. Konstrukcja zaproponowanej maski wykorzystywanej w algorytmie umożli-



Rysunek 10: Wartości współczynnika PSNR w zależności od szumu dodanego do obrazu wygenerowanego komputerowo wyznaczone dla badanych metod.

liwia wykrywanie krawędzi położonych pod różnymi kątami, przy równoczesnym określeniu kąta nachylenia danej krawędzi, co może być wykorzystane na przykład w algorytmach stereowizyjnych. Dużą zaletą prezentowanego algorytmu jest szeroki wachlarz parametrów jakie można dobrać. Wadą proponowanego rozwiązania jest długi czas obliczeń, dlatego też kolejne prace będą prowadzone pod kątem optymalizacji algorytmu pod względem szybkości działania.

Zakończenie

Niniejsza rozprawa doktorska stanowiła część większego projektu „*Autonomiczny robot pola walki do zadań zwiadu i wykrywania min*” finansowanego przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju, którego celem było opracowanie oraz zrealizowanie robota mobilnego o modułowej strukturze i hierarchicznym systemie sterowania. Projekt ten był wykonywany w Instytucie Informatyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej we współpracy z łódzkimi przedsiębiorstwami PREXER sp. z o.o., Sohor sp. z o.o. sp. komandytowa i GreenPoint sp. z o.o. Autor niniejszej pracy był jednym z głównych wykonawców pomyślnie zrealizowanego projektu. W wyniku prowadzonych prac powstał robot mobilny pola walki (rys. 2) pełniący równocześnie rolę demonstratora technologii.

Jednym z celów prowadzonych badań była optymalizacja algorytmów wykorzystujących rachunek różnicowo-sumowy niecałkowitych rzędów oraz zaimplementowanie i zastosowanie ich w opracowanym i zrealizowanym systemie sterowania i zarządzania robotem mobilnym (rys. 1). W pracy zostały przedstawione oryginalne autorskie i zmodyfikowane przez autora algorytmy wykorzystujące rachunek różnicowy niecałkowitych rzędów. Opracowane i zaimplementowane algorytmy zostały zoptymalizowane pod kątem wykorzystania pamięci, szybkości działania oraz otrzymywanych wyników. Wszystkie zaprezentowane algorytmy zostały wykorzystane w zrealizowanym robocie, który równocześnie stanowił stanowisko do testowania opracowanych algorytmów.

W rozprawie doktorskiej opracowano:

- oryginalne metody wyliczania w czasie rzeczywistym różnicy i sumy wstecznej niecałkowitych, zmiennych w czasie rzędów,
- warunki dotyczące funkcji rzędów całkowania i różniczkowania zapewniające stabilność układu zamkniętego,
- autorski algorytm sterowania ramieniem robota mobilnego,
- algorytm realizujący regulator PD zmiennych, niecałkowitych rzędów zoptymalizowany pod względem czasu obliczeń oraz wykorzystania pamięci,
- oryginalną, autorską metodę wykrywania krawędzi obrazu, zastosowaną w algorytmach analizy i przetwarzania obrazów dla celów autonomicznego poruszania się robota mobilnego, która wykorzystuje rachunek różnicowy niecałkowitych rzędów.

Opracowane i zaimplementowane przez autora pracy algorytmy zostały zweryfikowane w eksperymentach przeprowadzonych zarówno w specjalnie opracowanym do tego celu środowisku testowym, jak i w robocie mobilnym pola walki.

W niniejszej pracy została po raz pierwszy podjęta tematyka regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, stanowiących kolejny krok w ewolucji regulatorów PID. Zaprezentowany autorski algorytm realizujący w czasie rzeczywistym regulator PD zmiennych, niecałkowitych rzędów jest algorytmem nowatorskim w skali światowej (Ostalczyk, Duch *i inni*, 2013). W pracy omówione zostały problemy realizacyjne związane z praktycznym zastosowaniem w rzeczywistych urządzeniach oraz przedstawione zostało ich rozwiązanie. Określono warunki jakie muszą spełniać rzędy różnicowania i sumowania regulatorów PID zmiennych, niecałkowitych rzędów, żeby zachowana została stabilność zamkniętego układu regulacji oraz zerowy uchyb ustalony.

Zaprezentowana została autorska optymalizacja algorytmu realizującego regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów różnicowania i sumowania pod względem szybkości działania oraz wykorzystania pamięci. Przedstawiona została implementacja w języku C opracowanego algorytmu na mikroprocesorze TMS320F28335. Wykonanych zostało wiele serii testów działania regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów w układzie otwartym. Zaprezentowane zostały wyniki przeprowadzonych badań oraz ich porównanie z symulacjami wykonanymi w środowisku MATLAB. Zaproponowane autorskie optymalizacje umożliwiły zaimplementowanie algorytmu realizującego regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów działającego w czasie rzeczywistym. W pracy po raz pierwszy zostało zaprezentowane wyniki zastosowanie regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów w sterowaniu rzeczywistym urządzeniem - ramieniem robota mobilnego. Wyniki przeprowadzonych doświadczeń wykazały, że zastosowanie regulatora PID zmiennych, niecałkowitych rzędów poprawia jakość działania układu zamkniętego z ramieniem obserwacyjnym robota mobilnego w porównaniu do klasycznych regulatorów.

W niniejszej pracy przedstawiony został również algorytm sterowania ramieniem obserwacyjnym robota mobilnego. Umożliwia on intuicyjne sterowanie ramieniem obserwacyjnym z poziomu konsoli operatora. Funkcjonalności opracowanego algorytmu przekraczają osiągi istniejących i stosowanych w kraju rozwiązań w dziedzinie wojskowych robotów mobilnych. Do sterowania ramieniem obserwacyjnym zastosowany został autorski algorytm realizujący regulator PID zmiennych, niecałkowitych rzędów.

W pracy zaprezentowano również możliwości wykorzystania rachunku różnicowo-sumowego niecałkowitych rzędów w dziedzinie analizy i przetwarzania obrazów. Przedstawiony został przegląd algorytmów wykrywania krawędzi wykorzystujących wyżej wymienione narzędzie matematyczne oraz omówiona została autorska modyfikacja jednego z tych algorytmów. Został on zoptymalizowany pod względem jakości działania - odporności na szумы występujące w analizowanym obrazie. Porównana została jakość działania wybranych algorytmów wykrywania krawędzi z algorytmem zoptymalizowanym przez autora, gdzie przyjętym do badań kryterium jakości była odporność badanych algorytmów na szum występujący z przetwarzanych obrazach. Rezultaty przeprowadzonych testów zostały zaprezentowane w rozprawie.

Biorąc powyższe pod uwagę można stwierdzić, że cele pracy zostały osiągnięte, a jej tezy wykazane.

Wyniki badań zawarte w niniejszej rozprawie doktorskiej zostały zaprezentowane na konferencjach krajowych oraz międzynarodowych, w tym poświęconych całkowicie zagadnieniu rachunku różniczkowo-całkowego niecałkowitych rzędów - RRNR'12 (Równania Różniczkowe Niecałkowitych Rzędów), RRNR'13, FDA'10 (Fractional

Differentiation and Its Application) oraz FDA'12. We wspomnianych konferencjach brała udział większość naukowców, zajmujących się wykorzystaniem w różnych dziedzinach rachunku różniczkowo-całkowego niecałkowitych rzędów. Umożliwiło to rzetelną weryfikację zaprezentowanych na wyżej wspomnianych konferencjach prac (Ostalczyk, Duch *i inni*, 2010)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012b)(Ostalczyk, Duch *i inni*, 2012a)(Brzeziński, Duch *i inni*, 2012)(Duch *i inni*, 2013b). Jedną z zaprezentowanych na konferencji FDA'12 publikacji została zaproponowana do umieszczenia w czasopiśmie Central European Journal of Physics, znajdującym się na tak zwanej liście filadelfijskiej (Ostalczyk, Duch *i inni*, 2013). Wyniki prowadzonych prac badawczych w ramach niniejszego doktoratu zostały również zamieszczone w postaci rozdziałów monografii wydanej przez amerykańskie wydawnictwo World Scientific: „Computer Vision in Robotics and Industrial Applications” (Błaszczuk, Duch *i inni*, 2014)(Duch *i inni*, 2014)(Jachowicz, Duch *i inni*, 2014)(Łaski, Duch *i inni*, 2014) (Wulkiewicz, Duch *i inni*, 2014). Robot mobilny pola walki, w którym wykorzystano algorytmy zaprezentowane w niniejszej pracy, został dwukrotnie zaprezentowany na Międzynarodowym Salonie Przemysłu Obronnego w Kielcach w latach 2011 i 2013, gdzie wzbudził duże zainteresowanie u osób związanych z branżą wojskową.

Dalsze kierunki rozwoju

Zaprezentowane wyniki stanowią doskonałą podbudowę do dalszych prac badawczych. Regulatory PID zmiennych, niecałkowitych rzędów znajdują się obecnie w początkowej fazie badań. Otwartym problemem pozostaje nadal zagadnienie doboru funkcji rzędów sumowania i różnicowania oraz dobór wartości współczynników wzmocnienia regulatora.

Bibliografia

Błaszczak S., Wulkiewicz A., Duch P., Łaski M., Jachowicz R. i Sankowski D. „The concept of subsystem for mobile robot management from the operator console”. *Image Processing & Communications*, 17(4):39–44, 2012.

(cytowanie na stronie **7**)

Błaszczak S., Jachowicz R., Duch P., Łaski M., Wulkiewicz A., Sankowski D. i Ostalczyk P. „Application of fractional-order derivative for edge detection in mobile robot system”. Sankowski D., redaktor, *Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Series in Computer Vision: Volume 3*. World Scientific Publishing, 2014.

(cytowania na stronach **7** i **29**)

Brzeziński D., Duch P., Ostalczyk P. i Sankowski D. „Accuracy evaluation of real-time numerical calculations of the fractional-order backward difference/sum applying the grünwald-letnikov formula and its horner’s equivalent form”. *Proceedings of the FDA ’12, 5th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications.*, Nanjing, China, May 2012.

(cytowania na stronach **7** i **29**)

Duch P., Błaszczak S., Łaski M., Krzeszewski R. i Ostalczyk P. „Likewise - radar fractional-order edge detector”. *Proceedings of the 6th Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications.*, strony 647–652, Grenoble, France, February 2013a.

(cytowanie na stronie **7**)

Duch P., Łaski M., Błaszczak S. i Ostalczyk P. „Variable-, fractional-order dead-beat control of a robot arm”. Mitkowski W., Kacprzyk J. i Baranowski J., redaktorzy, *Advances in the Theory and Applications of Non-integer Order Systems*. Springer International Publishing, 2013b.

(cytowania na stronach **7** i **29**)

Duch P., Jachowicz R., Błaszczak S., Łaski M., Wulkiewicz A., Ostalczyk P. i Sankowski D. „Partial fractional-order difference in the edge detection”. Sankowski D., redaktor, *Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Series in Computer Vision: Volume 3*. World Scientific Publishing, 2014.

(cytowania na stronach **7** i **29**)

Garg V. i Singh K. „An improved grünwald - letnikov fractional differential mask for image enhancement”. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 3(3):130–135, 2012.

(cytowanie na stronie **23**)

- Jachowicz R. i Duch P. „Real time algorithm for defined simple templates detection and tracking”. *Zeszyty naukowe AGH*, 15(3):357–364, 2011.
(cytowanie na stronie 7)
- Jachowicz R., Duch P., Łaski M., Błaszczuk S., Wulkiewicz A. i Sankowski D. „Enhancement of temperature feature as a result of double source image fusion”. *Image Processing & Communications*, 17(4):79–84, 2012.
(cytowanie na stronie 7)
- Jachowicz R., Błaszczuk S., Duch P., Łaski M., Wulkiewicz A., Sankowski D. i Ostalczyk P. „Pattern recognition algorithms for the navigation of mobile platform”. Sankowski D., redaktor, *Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Series in Computer Vision: Volume 3*. World Scientific Publishing, 2014.
(cytowania na stronach 7 i 29)
- Jeżewski S. i Błaszczuk S. „Porównywanie algorytmów wykrywania krawędzi do zadań rekonstrukcji trójwymiarowego kształtu obiektu”. *Zeszyty naukowe AGH*, 13(3):1311–1320, 2009.
(cytowanie na stronie 7)
- Jeżewski S. i Błaszczuk S. „Realization of picture in picture system based on tms320dm642 digital signal processor”. *Zeszyty naukowe AGH*, 15(3):365–376, 2011.
(cytowanie na stronie 7)
- Jeżewski S. i Łaski M. „Przegląd i porównanie środowisk symulacji robotów mobilnych”. *Zeszyty naukowe AGH*, 13(3):1095–1106, 2009.
(cytowanie na stronie 7)
- Jeżewski S. i Wulkiewicz A. „Wizualizacja przestrzeni percepcyjnej robota mobilnego”. *Zeszyty naukowe AGH*, 13(3):1321–1327, 2009.
(cytowanie na stronie 7)
- Jeżewski S., Sankowski D. i Dadan W. „Koncepcja autonomicznego robota pola walki przeznaczonego do zadań zwiadu i wykrywania min”. *Zeszyty naukowe AGH*, 13(3):1107–1116, 2009.
(cytowanie na stronie 7)
- Jeżewski S., Łaski M. i Nowotniak R. „Comparison of algorithms for simultaneous localization and mapping problem for mobile robots”. *Zeszyty naukowe AGH*, 14(3/1):439–452, 2010.
(cytowanie na stronie 7)
- Łaski M., Błaszczuk S., Duch P., Jachowicz R., Wulkiewicz A. i Sankowski D. „Distributed mobile platform management system”. *Image Processing & Communications*, 17(4):137–142, 2012.
(cytowanie na stronie 7)
- Łaski M., Błaszczuk S., Duch P., Jachowicz R., Wulkiewicz A., Sankowski D. i Ostalczyk P. „Management software for distributed mobile robot system”. Sankowski D., redaktor, *Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Series in*

- Computer Vision: Volume 3*. World Scientific Publishing, 2014.
(cytowania na stronach **7** i **29**)
- Ostalczyk P. i Duch P. „Closed-loop system synthesis with the variable-, fractional-order pid controller”. *Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2012 17th International Conference on*, strony 589–594, 2012a.
(cytowanie na stronie **7**)
- Ostalczyk P. i Duch P. „On a real-time first-order difference evaluation”. *Image Processing & Communications*, 17(4):167–172, 2012b.
(cytowanie na stronie **7**)
- Ostalczyk P., Jeżewski S., Duch P. i Sankowski D. „On the fractional-order backward difference real-time evaluation accuracy”. *Proceedings of the 4th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications.*, Badajoz, Spain, October 2010.
(cytowania na stronach **7** i **29**)
- Ostalczyk P., Duch P. i Sankowski D. „Fractional-order backward difference grunwald-letnikov and horner simplified forms evaluation accuracy analysis”. *Zeszyty naukowe AGH*, 15(3):443–453, 2011.
(cytowanie na stronie **7**)
- Ostalczyk P., Brzeziński D., Duch P. i Sankowski D. „The order functions selection in the variable-, fractional-order pid controller”. *Proceedings of the FDA'12, 5th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications.*, Nanjing, China, May 2012a.
(cytowania na stronach **7**, **14** i **29**)
- Ostalczyk P., Duch P., Brzeziński D. i Sankowski D. „On the variable-, fractional-order pid controller dsp realization problems”. *Proceedings of the FDA'12, 5th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications.*, Nanjing, China, May 2012b.
(cytowania na stronach **7**, **11**, **12**, **13** i **29**)
- Ostalczyk P., Brzeziński D., Duch P., Łaski M. i Sankowski D. „The variable, fractional-order discrete-time pd controller in the iisv1.3 robot arm control”. *Central European Journal of Physics*, 11(6):750–759, June 2013.
(cytowania na stronach **7**, **14**, **28** i **29**)
- Sankowski D., Jeżewski S., Duch P. i Błaszczak S. „Wykrywanie obiektów ruchomych na podstawie danych z czujników odległościowych w robocie mobilnym”. *AUTOMATYKA*, 14(3/1):489–499, 2010a.
(cytowanie na stronie **7**)
- Sankowski D., Jeżewski S., Duch P., Stolarski Z. i Błaszczak S. „Algorytmy ustalania ostrości kamer w systemie stereowizyjnym robota mobilnego”. *Zeszyty naukowe AGH*, 14(3/1):353–358, 2010b.
(cytowanie na stronie **7**)
- Sankowski D., Jeżewski S. i Łaski M. „Lokalizacja robota mobilnego w czasie rzeczywistym w oparciu o dane ze skanera laserowego”. *Zeszyty naukowe AGH*, 14

(3/1):501–513, 2010c.

(cytowanie na stronie 7)

Sankowski D., Jeżewski S. i Wulkiewicz A. „Uogólniony model dwuwymiarowego czujnika pomiaru odległości dla systemu operacyjnego robota mobilnego”. *Zeszyty naukowe AGH*, 14(3/1):515–524, 2010d.

(cytowanie na stronie 7)

Sankowski D., Ostalczyk P., Błaszczak S., Dadan W., Duch P., Jachowicz R., Krzeszewski R., Łaski M. i Wulkiewicz A. „Autonomiczny robot pola walki przeznaczony do zadań zwiadu i wykrywania min”. Raport techniczny O R00 0010 05, Instytut Informatyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej, Łódź, Polska, 2012.

(cytowanie na stronie 7)

Wulkiewicz A., Łaski M., Błaszczak S., Duch P., Jachowicz R. i Sankowski D. „The concept of the modularized subsystem performing mobile platform navigation tasks”. *Image Processing & Communications*, 17(4):143–150, 2012.

(cytowanie na stronie 7)

Wulkiewicz A., Jachowicz R., Błaszczak S., Duch P., Łaski M., Sankowski D. i Ostalczyk P. „Advanced vision systems in detection and analysis of characteristic features of objects”. Sankowski D., redaktor, *Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Series in Computer Vision: Volume 3*. World Scientific Publishing, 2014.

(cytowania na stronach 7 i 29)